



LEZIONE 2

Gli orologi atomici

Avevo concluso la lezione precedente dicendo che nel '67 viene adottato il tempo atomico, basato su una rete di orologi atomici al ^{133}Cs . Attualmente il campione ufficiale di tempo è appunto il TA.

Mi pare quindi giusto dire qualcosa sugli orologi atomici. Non perché sia assolutamente indispensabile: potrei limitarmi a dire che gli orologi atomici esistono, sono molto precisi, molto accurati, molto sofisticati. Però in questo corso, per l'impostazione che do all'insegnamento della relatività, vorrei cercare di non lasciare in giro delle cose "mitiche," per cui in particolare non voglio che gli orologi atomici restino qualcosa che non si sa come funziona, ma si sa solo che sono cose magiche, bellissime...

Darò quindi una velocissima e sommaria idea di com'è fatto un orologio atomico. Lo scopo è di sottolineare che l'orologio atomico è *uno strumento fisico*, costituito di certi componenti, e che funziona secondo certe leggi.

Prima di tutto: perché atomico? La fig. 2-1, sebbene estremamente schematica, già dà un'idea del fatto che un orologio atomico non è un congegno molto semplice: un pendolo o un orologio al quarzo sono più semplici da spiegare. Nel disegno la prima cosa da guardare è la striscia che l'attraversa da sinistra a destra: è un fascio di atomi di Cesio (^{133}Cs , che è l'unico isotopo stabile). Poi ci sono alcuni componenti che vorrei evitare di descrivere in dettaglio, come i separatori magnetici; ci basti sapere che il loro scopo è d'isolare quegli atomi del fascio che si trovano in un determinato stato.

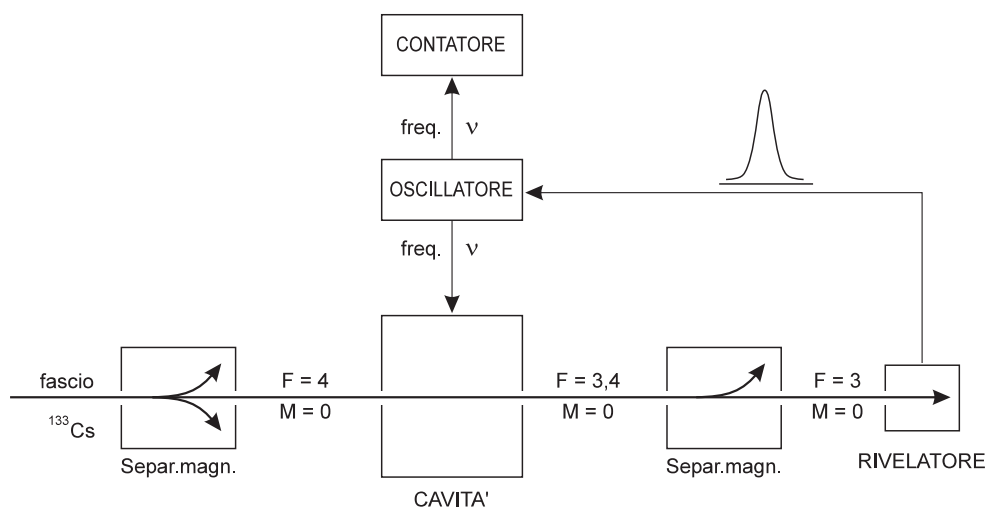


fig. 2-1

Gli elettroni dell'atomo avranno vari possibili stati: tra questi c'è lo stato fondamentale. Nelle presentazioni della fisica atomica di solito ci si ferma qui: si considerano semplicemente gli stati elettronici, ma in realtà le cose sono sempre un po' più complicate. In particolare lo sono in questo caso, perché il nucleo di ^{133}Cs ha un momento magnetico, il cui campo interagisce con gli elettroni. Ne consegue che quello che si pensa comunemente come stato fondamentale in realtà non è un singolo livello energetico, ma è separato in due sottolivelli. La spaziatura in energia fra questi sottolivelli è molto piccola: circa $4 \cdot 10^{-5}$ eV. Per questo motivo si parla di *struttura iperfina*. C'è un numero quantico che classifica i livelli della struttura iperfina, solitamente indicato con F : i due sottolivelli hanno $F = 3$ (il più basso) e $F = 4$ (il più alto).

Il fatto che la separazione fra i due sottolivelli sia piccolissima ha una conseguenza importante: già a temperatura ambiente, e a maggior ragione alla temperatura del fascio

(v. dopo), i due livelli sono entrambi popolati; anzi, a causa del più alto valore di F , il sottolivello superiore contiene un numero di atomi un po' maggiore.

Alla transizione fra i due sottolivelli corrisponde un'emissione o un assorbimento di fotoni della corrispondente energia. La frequenza di questa radiazione (circa 9 GHz) sta nelle microonde: la lunghezza d'onda è qualche centimetro.

Il principio dell'orologio al Cesio è questo: col primo separatore si escludono dal fascio gli atomi con $F = 3$, lasciando solo quelli con $F = 4$. Si fa poi passare il fascio in una cavità che ha una frequenza di risonanza corrispondente alla transizione fra i sottolivelli iperfini; se nella cavità c'è un campo elettromagnetico a quella frequenza, esso induce la transizione da 4 a 3. Il campo è generato da un oscillatore esterno, il quale nominalmente dovrebbe avere esattamente la frequenza necessaria per la transizione: su questo torniamo fra un momento.

Dato che il livello 4 è più alto, si tratterà di un'emissione (non spontanea: stimolata) ma questo non è importante. È invece importante che gli atomi che escono dalla cavità non sono più tutti nello stato 4: almeno in parte sono andati nello stato 3. Quelli rimasti nello stato 4 vengono eliminati con un secondo separatore magnetico, e i restanti inviati a un rivelatore, il quale dà un segnale proporzionale al numero di atomi che riceve per unità di tempo.

Occorre ora tener presente che la frequenza del campo nella cavità non sarà proprio quella giusta, e comunque può fluttuare, per varie ragioni, come ad es. variazioni di temperatura. Ma se la frequenza cambia, che cosa succede? Se la frequenza non è quella giusta per produrre le transizioni, gli atomi in uscita sul livello 3 non ci sono più, o per lo meno cambiano di numero; il rivelatore se ne accorge e dà un segnale diverso. La variazione del segnale viene usata per creare un feedback, ossia un segnale di correzione che viene riportato all'oscillatore. Così se l'oscillatore va fuori dalla frequenza giusta, viene corretto e riportato alla frequenza giusta.

Vedete quindi che sebbene l'oscillatore non sia perfetto, esso resta agganciato alla frequenza di transizione degli atomi (la frequenza corrispondente alla distanza fra i due livelli iperfini) e viene mantenuto lì, perché quando si sposta automaticamente nasce un segnale di correzione. Questa tecnica del feedback è in uso da tempo, in moltissime applicazioni.

Il segnale che esce dall'oscillatore e che ora sappiamo agganciato alla frequenza della transizione atomica, viene mandato a un amplificatore; poi eventualmente diviso in frequenza, se vogliamo fino anche a 1 Hz, ossia un ciclo al secondo. Notate che la divisione con i contatori elettronici è sicura: se il contatore è progettato per dividere per 10 non può dividere per 9.9: non ci può essere un errore nella divisione (a meno che non si perdano dei conteggi).

Risultato: la definizione del secondo nel Sistema Internazionale è oggi la seguente: 9 192 631 770 cicli della transizione iperfina del ^{133}Cs .

Virtù degli orologi atomici

Da che cosa dipendono la bontà e l'accuratezza di un orologio di questo genere? Dipendono dal fatto che quella frequenza è strettamente legata alla differenza di energia tra i due livelli, che è una proprietà degli atomi, indipendente da parametri esterni, come accadeva invece per un pendolo, per il quarzo, ecc. Gli atomi in sé sono oggetti molto più sicuri, affidabili, stabili, di quanto non siano apparati costruiti da noi.

Perché sono importanti gli orologi atomici? Ci sono due ragioni. Da un punto di vista pratico, perché sono i migliori che abbiamo: sono pochissimo sensibili alle influenze di cui abbiamo parlato. Alcune di queste influenze si possono sempre ridurre: per esempio per le variazioni di temperatura si può usare un termostato. Ma nemmeno i termostati sono perfetti; la temperatura in un termostato non rimane rigorosamente costante, ma cambierà, sia pure di poco.

Il fatto è che un orologio atomico è pochissimo sensibile alle variazioni di temperatura, è pochissimo sensibile ai campi esterni, ecc.; naturalmente quando dico “pochissimo” dovrei tradurre questo “pochissimo” in numeri, cioè dire a quanto ammonta questa poca sensibilità. Sta di fatto che con gli orologi atomici oggi è possibile tranquillamente misurare il tempo, anche su intervalli dell'ordine di mesi, con un'accuratezza dell'ordine di 10^{-13} . Questo per noi è importante, perché per verificare certi effetti relativistici abbiamo bisogno di orologi stabili a questo livello.

La seconda proprietà degli orologi atomici è che sono *assoluti*. Che cosa intendo con questo? Il funzionamento degli orologi atomici idealmente dipende solo dalle proprietà degli atomi, che sono tutti identici, indipendentemente dal tempo e dal luogo. Ho detto “idealmente” perché a stretto rigore qualche influenza esterna c'è sempre. È chiaro ad esempio che se voi deformate una cavità, ne cambiate le dimensioni, si produrrà una leggera modifica nella frequenza dell'orologio; però si tratta di una modifica molto piccola, molto minore di quella che si avrebbe con orologi fatti in altro modo. Posso quindi dire: dato che l'orologio dipende solo dagli atomi, ogni volta che costruisco un orologio basato su quegli atomi, la frequenza sarà quella che mi aspetto.

Inoltre gli atomi sono tutti identici, il che vuol dire che se in due laboratori si fanno due orologi al Cesio, non c'è bisogno di operazioni speciali per metterli d'accordo. Vanno d'accordo già di per sé, perché sfruttano la transizione $4 \rightarrow 3$ dell'atomo di Cesio. Gli atomi di Cesio qui, a Tokio, sulla Luna, sono uguali; tutti i loro livelli sono gli stessi, le frequenze di transizione sono le stesse. Per cui ogni orologio, per conto proprio, è già un campione di frequenza, cosa che non è vera per un orologio al quarzo: se fabbrico due barrette di quarzo, non ho nessuna ragione per aspettarmi che siano uguali.

C'è una questione legata alla velocità degli atomi del fascio, cui voglio accennare per completezza. Il fascio di atomi dell'orologio consiste di atomi che si muovono: a che velocità? Si tratta di velocità termiche, in quanto gli atomi sono prodotti riscaldando il cesio metallico e facendolo evaporare, a qualche centinaio di °C. Tra l'altro il Cesio è un elemento pesante: di conseguenza a parità di temperatura la velocità di agitazione termica è più bassa. Senza fare conti, suppongo che sia dell'ordine del centinaio di m/s. Ne segue che il rapporto v/c è dell'ordine di 10^{-6} o anche meno.

Questo è importante, perché la frequenza della radiazione emessa dagli atomi in moto viene alterata dall'effetto Doppler. La disposizione sperimentale è scelta in modo che intervenga solo l'effetto Doppler trasversale, che è di secondo ordine, quindi inferiore a 10^{-12} ; studiando più in dettaglio l'apparato, si vedrebbe che l'effetto Doppler ha conseguenze trascurabili.

Da adesso in poi ragioniamo da teorici. Le considerazioni sperimentali che abbiamo fatto sono importanti: dovevo farle, perché mi preme vi sia chiaro che quando si parla di orologi atomici ci si riferisce a congegni reali, il cui funzionamento va studiato dal punto di vista sperimentale, fino a convincersi che è estremamente affidabile. Ciò fatto, dal punto di vista teorico opero un'astrazione, e prendo l'orologio atomico come paradigma di un orologio ideale. Brevemente, affermo che *due orologi atomici in luoghi ed epoche diverse segnano lo stesso tempo*. Intendo dire che sono uguali: più uguali di così non li so fare; il loro funzionamento dipende solo dal fatto che dentro hanno quei certi atomi, identici dappertutto; quindi sono sicuro che segnano lo stesso tempo. Anche se li mando sulla Luna (non dico sul Sole, perché è difficile che un orologio atomico continui a funzionare anche sul Sole); anche se li metto in situazioni e ambienti molto diversi dal mio laboratorio, li posso considerare come campioni ideali di tempo.

Prenderemo quindi l'orologio atomico come paradigma di un orologio ideale, nel senso che quando parleremo di orologi ideali, potrete visualizzarli come orologi atomici. Ideali non saranno, poiché non c'è nulla di perfetto negli strumenti che un fisico può

realizzare; ma questi sono estremamente vicini, sono di gran lunga il meglio, molto meglio degli orologi a pendolo, degli orologi a quarzo, ecc.

Orologi come strumenti fisici

Questo è il momento di una considerazione didattica: nell'insegnamento della fisica è necessario dedicare spazio agli orologi perché bisogna togliere al tempo quell'aura metafisica che si porta dietro. Ripeto quanto ho già detto nella lezione scorsa: il tempo dal punto di vista di un fisico non è una cosa speciale; è una grandezza che si misura con strumenti che si chiamano orologi e che sono fatti in qualche modo. Sono strumenti di misura: come tali possono essere più o meno buoni, più o meno affidabili, come qualunque altro strumento di misura: come un termometro, come un amperometro. In questo non hanno nessuna particolarità, sono strumenti della fisica; sono per così dire meccanismi, anche se il termine per un orologio atomico non è molto appropriato, visto che non ci sono rotelle che girano; ma in senso generico sono congegni, apparati... Usate la parola che più vi piace; l'importante di queste parole è che vogliono indicare qualcosa di reale, che è stato fabbricato da qualcuno che sa fare quelle cose; che funzionano — bene o male secondo quanto è bravo chi li ha costruiti — ma anche in questo non hanno niente di diverso da qualunque altro strumento della fisica.

Hanno diversi principi di funzionamento (dall'orologio ad acqua all'orologio atomico, tutti hanno qualche principio fisico alla base del loro funzionamento: molto diversi uno dall'altro, ma ognuno ha il suo, e chi vuol sapere come funziona un orologio deve capire qual è il principio di funzionamento); sono soggetti a perturbazioni esterne (di questo abbiamo ampiamente discusso: temperatura, pressione, campi elettrici, magnetici, accelerazioni, ecc.); se non sono assoluti devono essere tarati.

Qui nasce una differenza importante: esistono gli strumenti *assoluti* e quelli no, cioè quelli che si portano dentro il riferimento a un'unità di misura naturale, e quelli che invece non ce l'hanno. Chiaramente un orologio a quarzo non è assoluto. Il quarzo ha la sua frequenza di risonanza, ma quanti hertz è questa frequenza di risonanza? come faccio a saperlo? L'unico modo è di confrontarlo con un altro orologio... Invece un orologio al Cesio ha una frequenza di risonanza che è scritta nella natura degli atomi: in questo senso è indipendente da misure, da tarature, da confronti con qualcos'altro.

Un orologio ideale, quello che dobbiamo cercare di approssimare quanto possibile, non dovrebbe richiedere taratura: dovrebbe avere "scritta dentro" la sua frequenza di funzionamento, in modo che io non debba preoccuparmi di metterlo d'accordo con qualcos'altro. Poi dovrebbe essere libero da influenze esterne. Ciò non è mai possibile in modo completo, ma quando parlo di orologio ideale, penso a questo: a un orologio che non subisce influenze esterne e al tempo stesso è assoluto.

Qui bisogna fare attenzione: il fatto che ora abbiamo un orologio assoluto, non ha niente a che vedere col fatto che sia assoluto il tempo. Orologio assoluto l'abbiamo detto: è uno che non ha bisogno di taratura, tanto che posso essere sicuro che orologi diversi, situati anche in luoghi diversi, e anche in condizioni di moto diverse (ma di questo riparleremo) segnano lo stesso tempo. Tempo assoluto invece... lo discuteremo subito; ma è proprio la disponibilità di orologi assoluti che ci permette facilmente di porci il problema *sperimentale* se il tempo sia o no assoluto.

Il tempo assoluto

Dal momento che la relatività è fisica dello spazio-tempo, bisogna analizzare il ruolo dello spazio e del tempo nella fisica newtoniana, dove lo spazio e il tempo sono assoluti. Ma prima di riflettere su cosa significano i termini "spazio assoluto" e "tempo assoluto," bisogna pensare a come si misurano spazio e tempo. Per quel che riguarda la misura del tempo abbiamo detto abbastanza per inquadrare la questione. Anche al di là di un

insegnamento della relatività, del tempo e di come lo si misura sarebbe giusto che se ne parlasse più di quanto di solito non si faccia.

Ho già detto che non ci si può mettere a insegnare relatività (o comunque fisica moderna) semplicemente appiccicandola a quello che si fa di solito. Se si vuole affrontare in modo accettabile, comprensibile e chiaro la fisica moderna, bisogna prima pensare a come s'insegna il resto della fisica. Una parte di questo ripensamento consiste nel trattare meglio e più a fondo certi argomenti che, si può dire, si fanno sempre, ma si fanno un po' troppo di corsa. Uno di questi è il tempo assoluto. Sicuramente, iniziando lo studio della fisica, si legge: "nella meccanica newtoniana il tempo è assoluto." Che vuol dire? Se lo si vede quasi come un discorso filosofico, è facile essere tentati di passare oltre rapidamente. Ma invece è il caso di rifletterci un po' sopra.

Il punto di partenza è la frase di Newton che ho già citato nella prima lezione, e che ora vi ripeto:

"... in sé e per sua natura, senza relazione ad alcunché di esterno, scorre uniformemente."

Notate che con la sensibilità di oggi una frase del genere non verrebbe in mente; e in ogni caso verrebbe subito in mente l'obiezione: uniformemente rispetto a che? come faccio a dire che il tempo scorre uniformemente? Devo avere un termine di paragone.

È importante, dal punto di vista della storia della scienza e anche della storia della filosofia, osservare che ai tempi di Newton obiezioni di questo tipo non venivano sentite. O per essere più precisi, non erano molto sentite; erano sentite soltanto da qualcuno, e più a proposito dello spazio che del tempo. Quanto al tempo, l'asserzione di Newton appariva plausibile: il tempo c'è, esiste per conto suo, indipendentemente da noi, dai fenomeni, dal mondo, da quello che succede, ecc. Non solo è assoluto nel senso etimologico del termine ("absolutus" ovvero sciolto, senza legami), non è vincolato a niente, non dipende da niente; ma anche esiste in sé. Nella cultura del '6-'700 una tale concezione è del tutto naturale; ma voglio farvi notare che anche se in seguito, nel pensiero filosofico e scientifico, l'idea è stata riesaminata e discussa, ciò non toglie che sia così profondamente radicata nella nostra cultura, ad ogni livello, che ancor oggi ci riesce difficile accettare che le cose possano andare altrimenti.

Se prendete il solito uomo della strada e gli ponete le domande giuste, vi accorgete che ha ben salda quest'idea del tempo assoluto: l'abbiamo tutti, compresi quelli che dovrebbero avere un'idea diversa perché hanno studiato abbastanza. Sotto sotto, la nostra idea inconscia è quella che ha espresso Newton. E rispunta fuori quando si ragiona di fisica, e crea delle difficoltà. Sarebbe anche interessante — ma non ne abbiamo il tempo — domandarsi come mai si è prodotta questa visione del tempo nella nostra cultura; domandarsi se è veramente l'unica possibile, se nella storia del pensiero, e nelle varie culture, c'è e c'è sempre stata proprio quest'unica visione del tempo (si scoprirebbe che la risposta è no, a cominciare dal mondo greco).

E invece quando ci mettiamo a parlare di relatività, questa visione del tempo dobbiamo rimetterla in discussione. Il senso del mio discorso è: per rimetterla in discussione in modo consapevole, è necessario intanto fare una riflessione consapevole sul fatto che quest'idea del tempo ce l'abbiamo ben radicata dentro di noi. A un certo punto si cerca di rimuoverla, si crede di esserci riusciti e invece...

Nella vostra esperienza avrete certamente visto nei ragazzi lo stesso fenomeno, a proposito di altre idee. Spiegate per bene le idee di Galileo, la dinamica newtoniana... ed ecco che inaspettatamente rispunta fuori una concezione pregalileiana del moto e delle forze. Perché quando certe cose non sono state esplicitate e messe in discussione bene, si rimuovono ma poi basta rifare le domande critiche e... Un solo esempio: quanto vale l'accelerazione di un corpo lanciato verso l'alto, nel punto di massima altezza? Fate la prova: quanti vi diranno che è zero?

La matematizzazione del tempo

Ora voglio dedicare un po' di tempo a una questione collaterale rispetto al nostro discorso, ma che a me sembra importante discutere: sto parlando della *matematizzazione del tempo*. Questo introduce un tema importantissimo per tutta la fisica moderna e in particolare per la relatività: il ruolo della matematica. In che senso e in che misura ci dev'essere una formulazione matematica dei concetti fisici? che posto ha? che cosa significa? Mi sembra utile parlarne nel caso del tempo, per due ragioni: primo, perché in relatività il tempo ha un ruolo dominante, quindi è cosa che va sviscerata da tutti i lati; secondo, se si vuole affrontare il problema del ruolo della matematica nella fisica, il caso del tempo è forse quello più semplice, più elementare. Così elementare che di solito viene totalmente trascurato.

Il tempo della fisica newtoniana viene identificato con la retta reale orientata. (Una pignoleria matematica: di per sé la retta dei numeri reali non possiede un'orientazione se non si precisa la struttura algebrica. Con la sola struttura di gruppo additivo non c'è un orientamento definito; se s'introduce una struttura di spazio vettoriale con moltiplicazione sì: i numeri positivi sono diversi dai negativi. Ricordo inoltre che l'orientamento è una struttura diversa dalle strutture algebriche.) Quest'interpretazione sembra non richiedere ulteriori spiegazioni; si potrebbe anzi darla come un punto di partenza ovvio, sottinteso, quasi. Nella meccanica newtoniana il tempo è rappresentato con un numero reale; quando il tempo passa, ci spostiamo verso destra sulla retta dei numeri reali (asse dei tempi = asse delle ascisse, ecc.)

Ma c'è da dire prima di tutto che questo è il risultato di una decisione: a un certo punto decidiamo che la struttura matematica adatta per descrivere il fatto fisico che chiamiamo “tempo” è proprio quella della retta reale. Se mi chiedete: “che altro potrebbe essere?” rispondo: perché dovrebbe essere proprio quella? Occorre aver chiaro che non si tratta di un “a priori,” non è un fatto scontato: è una decisione consapevole; di fronte a un fatto fisico, noi scegliamo di descriverlo con una certa struttura matematica. Per quel che riguarda il tempo, decidiamo — in base all'esperienza, in base alle leggi fisiche che conosciamo, in base a ciò che ci torna utile — che il tempo è correttamente descritto dalla retta reale. Però potrebbe anche essere diverso.

È poi importante aver chiaro che quando si dice che il tempo s'identifica con la retta reale, con ciò stesso si fanno una serie di asserzioni: si attribuiscono al tempo della fisica una serie di proprietà. Si asserisce che per il tempo valgono tutte le proprietà della retta reale matematica: queste, che sono proprietà matematiche, si traducono in proprietà fisiche che dovrebbero avere un corrispettivo negli strumenti e nelle misure. Ecco un breve elenco di queste proprietà:

- unidimensionale
- illimitato
- infinito (nel passato e nel futuro)
- lineare (non ramificato)
- aperto
- orientato
- continuo
- assoluto
- ...

Non sono affatto convinto di averle esaurite tutte, eppure probabilmente tra voi ci sarà qualcuno che pensa: “guarda un po' che gli viene in mente; che altro potrebbe essere?”

In effetti sembra ovvio che il tempo fisico debba essere unidimensionale, illimitato (non è la stessa cosa che infinito), infinito (nel passato e nel futuro). E inoltre non ramificato (potrebbe forse succedere che a un certo punto due tempi si dividono: io ho il

mio tempo e tu hai il tuo?); aperto (ossia non chiuso: il tempo non torna su se stesso); orientato (si distingue il passato dal futuro); continuo (nel senso del postulato della continuità); assoluto (ciò sta scritto nel fatto che usiamo un unico parametro t per tutta la fisica, per tutti i fenomeni, per tutte le situazioni: sempre quello, c'è un'unica retta reale che descrive il tempo). I puntini li ho messi perché forse si potrebbe continuare.

La cosa su cui m'interessa soffermarmi è questa: se vi mettete a pensare a quali prove sperimentali ci sono di tutte le proprietà del tempo, vi accorgete che in molti casi esse sono abbastanza scarse, o per lo meno sono ristrette, nel senso che si può solo dire che valgono nell'ambito circoscritto della fisica che conosciamo. Non voglio insinuarvi il dubbio che sia tutto sbagliato; sto solo facendo una considerazione epistemologica: non potete dire di avere la prova sperimentale di tutte quelle proprietà del tempo.

Io direi: abbiamo costruito una fisica, la meccanica newtoniana, che si basa su quest'idea del tempo; quella fisica ha rappresentato bene tutti i fatti conosciuti (solo i fatti conosciuti, però). Poi si comincia a parlare di cosmologia, e si sta estrapolando di molti ordini di grandezza al di là degli esperimenti di laboratorio. Ci si deve per lo meno domandare se tutte quelle proprietà del tempo saranno ancora verificate su scala cosmologica. Oppure: ci mettiamo a studiare le particelle, andando sempre più nel piccolo, sempre più nel fino. Abbiamo il dovere di domandarci se tutte quelle proprietà del tempo continuano a essere soddisfatte e verificate a tutte le scale microscopiche che stiamo considerando.

Bisogna essere preparati al fatto che la struttura teorica di base, costruita in relazione a un certo campo di fenomeni, a un certo ambito sperimentale, possa essere rimessa in discussione. Non c'è niente di drammatico se questo succede; anzi, si può dire che sarebbe ben strano se non succedesse. Abbiamo imparato cos'è il tempo nell'arco della nostra vita, degli esperimenti fatti, della nostra storia; e poi vogliamo applicarlo per miliardi di anni, oppure per 20 o 30 ordini di grandezza più in piccolo? Il tempo in quei casi dev'essere ancora uguale? Può darsi di sì o di no: è compito della fisica dare le risposte.

Ci si può domandare allora: a che punto siamo oggi? In una battuta la risposta è questa: l'unico cambiamento finora è proprio quello prodotto dalla relatività. In particolare ciò sta a indicare che — per quanto ne sappiamo fino a oggi — nell'ambito microscopico della fisica delle particelle un cambiamento della natura del tempo non si è ancora imposto. Non che non sia stato pensato, ma non c'è nessuna evidenza sperimentale, nessuna teoria ben fondata che usi un tempo diverso.

Invece quando pensate a tutto il quadro di fenomeni e di studi teorici che prende il nome di relatività, lì sì, che c'è qualcosa di nuovo: la relatività rivoluziona le nostre idee sulla struttura del tempo (questo è proprio l'argomento del nostro corso). Una delle caratteristiche fondamentali della relatività è proprio che obbliga a ripensare la visione newtoniana della natura del tempo. Poteva succedere, ed è successo con la relatività.

Lo spazio assoluto

L'introduzione al concetto di spazio sarà più breve, soprattutto per un motivo: prima ho sottolineato che c'è scarsa attenzione al concetto di tempo nella tradizione dell'insegnamento della fisica. Invece per lo spazio l'attenzione dei testi è maggiore e c'è quindi meno bisogno di porvi l'accento; anche qui ci sono molte cose da dire, ma posso ritenere che in gran parte vi siano già familiari.

Per cominciare, diciamo subito cos'è lo spazio assoluto. Riprendiamo pari pari, sempre dai *Principia*, la frase di Newton:

“Lo spazio assoluto, per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, rimane sempre uguale e immobile . . .”

Anche in questo caso, chi la legge oggi si chiede subito: immobile rispetto a che? Però già ai tempi di Newton su questo si discuteva. Sappiamo tutti che Leibniz ebbe con

Newton contrasti importanti, in particolare proprio su questo punto. Per Leibniz non ha senso parlare di spazio assoluto, né di moto e di quiete assoluta; il moto e la quiete si definiscono sempre rispetto a qualcos'altro, quindi dire spazio immobile è un non senso.

Va detto però che le argomentazioni di Leibniz erano puramente filosofiche, e la fisica è andata avanti senza tenerne conto. La fisica del '700 e dell'800 è stata costruita proprio su questo paradigma: lo spazio è come un ambiente, un teatro; un insieme di postazioni, di pietre miliari, che stanno lì fisse, alle quali ci si riferisce quando si dice che una cosa sta ferma o si muove.

Però attenzione: il fatto che Newton avesse costruito la sua fisica sullo spazio assoluto, non significa che non conoscesse il principio di relatività. Non poteva non conoscerlo perché era stato enunciato oltre 50 anni prima dei *Principia*; il principio di relatività è di Galileo e doveva essergli noto. Newton sapeva che in realtà se ci si mette in un sistema di riferimento che si muove di moto rettilineo uniforme rispetto al suo spazio assoluto, va tutto bene lo stesso. Il suo punto di vista era: lo spazio assoluto esiste; poi accade che se ci si mette in un riferimento in moto traslatorio rettilineo uniforme rispetto allo spazio assoluto, la fisica funziona bene anche lì. Però il vero moto e la vera quiete sono in relazione allo spazio assoluto.

Le unità di lunghezza

Diciamo ora qualcosa sulla misura dello spazio. Occupiamoci in primo luogo dell'unità di lunghezza, come prima ci siamo occupati della definizione dell'unità di tempo. Le unità di lunghezza nascono nella remota antichità per esigenze pratiche e commerciali: misure di terreni, ecc. Sono così nate innumerevoli unità di misura di lunghezza distinte tra loro, che sono sopravvissute a lungo; alcune sopravvivono ancora.

Il metro, l'unità di lunghezza del Sistema Internazionale (SI), nasce nel 1799: la sua definizione iniziale è 1/40 000 000 del meridiano terrestre. Si scopre subito che è una definizione difettosa, perché basata su un campione difficile da misurare bene. Dopo vari tentativi intermedi, nel 1889 il metro viene definito sulla base di un campione di platino-iridio conservato al Bureau des Poids et Mesures di Sèvres, in Francia. Questa definizione ha resistito fino al 1960, quando il metro è stato definito in un modo un po' più immateriale: come un certo multiplo di una certa lunghezza d'onda (non importa qui essere più precisi) dello spettro del ^{86}Kr (isotopo di un gas nobile).

Appena 15 anni fa è cambiato tutto di nuovo: nel 1983 il metro è stato definito in modo da dare un valore determinato alla velocità della luce nel vuoto:

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s.}$$

Si vede quindi che l'unità di lunghezza oggi è agganciata all'unità di tempo. La ragione per una tale scelta è che oggi si riescono a misurare molto meglio i tempi delle lunghezze.

Faccio notare che le ultime due definizioni sono assolute: nel caso della definizione che fa ricorso al ^{86}Kr , si prende quel particolare tipo di atomo, che esiste di per sé, con le lunghezze d'onda che emette; il campione non ha bisogno di essere confrontato con niente. La seconda definizione è assoluta perché è legata all'unità di tempo, che a sua volta è misurata con gli orologi al Cesio.

Si dovrebbe ora parlare di come si fanno le misure di lunghezza, che è cosa diversa dal definire un campione di unità. È troppo facile dire che le lunghezze si misurano col metro: dipende, in certi casi è possibile un confronto diretto con un campione, ma in altri occorre usare metodi più complicati. Per esempio: che cosa accade alla scala astronomica, o a maggior ragione alla scala cosmologica (che per noi è interessante)? Come si fa a dare in metri la distanza di una galassia? Ne ripareremo.

Spazio e geometria euclidea

Termino il discorso sullo spazio osservando che la nostra visione dello spazio non si esaurisce con le misure di lunghezza. La geometria (anche questa una matematizzazione dello spazio) non è solo lunghezze; è costruita in termini di lunghezze e di angoli. Bisogna quindi parlare anche di misure di angoli. Per fortuna non c'è bisogno di preoccuparsi delle unità degli angoli: esse esistono di per sé. Si prende l'angolo giro e lo si divide in un certo numero di parti. Ciò si può fare in diversi modi, come sapete bene: con il grado sessagesimale, il grado centesimale, il radiante; comunque sia, l'unità dell'angolo è già contenuta nella definizione stessa di angolo.

Dal punto di vista della fisica, misurare angoli significa disporre di adeguati strumenti: in fondo ci si riconduce sempre a cerchi graduati. Faccio notare che ancor oggi la misura degli angoli è una componente fondamentale della ricerca astronomica e anche astrofisica e cosmologica. Saper fare misure di angoli è cosa fondamentale in astronomia, e ha avuto una grandissima importanza nella storia; le misure angolari hanno consentito di scoprire moltissimi fenomeni astronomici. Qui mi limito semplicemente a segnalare che anche questa è cosa che solitamente non viene messa in evidenza. Gran parte dell'astronomia si è basata a lungo assai più su misure di angoli che non su misure di lunghezze, per la semplice ragione che è molto più facile fare misure precise di angoli, piuttosto che misure (anche non tanto precise) di distanze. E la difficoltà nella misura delle distanze diventa tanto più grande quanto più ci si allontana dalla scala umana: nel caso della cosmologia, questa è oggi la difficoltà centrale nella determinazione dei parametri fondamentali e quindi nella scelta fra possibili modelli di Universo.

Nella fisica newtoniana una differenza essenziale tra il tempo e lo spazio è che mentre il tempo è unidimensionale, lo spazio è tridimensionale; già per questo ha una struttura più complicata. Debbo qui ricordare che fino alla fine del '700 la geometria euclidea era considerata la struttura naturale dello spazio fisico, e anche l'unica geometria possibile. È a quel tempo che si compie un duplice passo: si comprende la possibilità logica di geometrie non euclidee, e insieme nasce il problema di quale sia la "vera" struttura geometrica dello spazio fisico.

È interessante ricordare che lo stesso Gauss tentò esperimenti volti a verificare se la somma degli angoli interni di un triangolo (avente i vertici sulle cime di alcune montagne distanti) fosse un angolo piatto. Va da sé che i risultati furono affermativi: oggi sappiamo che a rigore questo non è vero, ma le deviazioni sono di gran lunga troppo piccole anche per gli strumenti di oggi; quindi non potevano certo essere rilevate da Gauss. Ma è ugualmente importante il nuovo atteggiamento che questo tentativo indica, nei confronti dell'indagine sullo spazio fisico: da quel giorno la geometria dello spazio fisico è diventata materia d'indagine sperimentale. Per avere risposte sulla geometria dello spazio fisico si deve interrogare un fisico sperimentale; le competenze adatte per scoprire quali sono le proprietà dello spazio fisico, sono quelle del fisico sperimentale. Per stabilire se la geometria dello spazio fisico è euclidea o no, ci vuole un esperimento: non è più un problema matematico. Né tanto meno è un problema filosofico: è un problema di fisica.

Ciò non toglie che sia prima che dopo, i fisici hanno ragionato, hanno condotto i loro esperimenti, hanno ricavato i loro risultati teorici appoggiandosi sulla geometria euclidea. Tutta la fisica, fino alla fine dell'800, è costruita sullo spazio euclideo. In qualunque campo di ricerca, un fisico di quel tempo (e del resto, in larga misura anche un fisico di oggi) usava tutto il repertorio di conoscenze della geometria euclidea (triangoli rettangoli, teorema di Pitagora e così via) e la cosa funzionava.

Quindi non c'è solo la prova diretta data dall'esperimento di Gauss; c'è che abbiamo costruito un intero sistema teorico, comprendente la meccanica, l'ottica, la termodinamica, l'elettromagnetismo, al disotto del quale, a fondamento del quale, c'è la geometria euclidea. E tale sistema teorico va bene, cioè ha descritto correttamente il mondo,

ha permesso di fare previsioni, di spiegare fenomeni. Se chiedete a un fisico se lo spazio è euclideo, risponderà: io ho messo lo spazio euclideo nelle mie teorie e tutto funziona; questa è una prova (induttiva) che lo spazio è euclideo; non ho mai trovato niente che mi abbia costretto a ritenere che le cose non stiano così, tutto fila liscio.

Un indizio trascurato

C'è in realtà un piccolo punto interrogativo: funziona proprio tutto? A dire il vero c'era almeno un indizio che poteva far dubitare; ma poiché era un unico indizio, che poteva essere spiegato in altri modi mentre non pareva attinente alla struttura dello spazio, non gli fu data importanza per il problema di cui stiamo discutendo ... fino a quando non è arrivato Einstein. Avrete capito che sto parlando del perielio di Mercurio. Il moto del perielio di Mercurio non torna con le previsioni della meccanica e della gravitazione newtoniana. Tutto il resto, tutti i moti dei pianeti, tornava bene; ma il moto del perielio di Mercurio non tornava, anche con i conti più raffinati, più sofisticati, come già si sapevano fare alla fine dell'800. C'erano i famosi, maledetti 43'' per secolo che non si era riusciti a spiegare.

Il fatto è che si poteva supporre che quell'effetto potesse essere spiegato in altro modo. Tenete conto che quando si arriva a questi livelli di raffinatezza non ci si può limitare al moto dei due corpi, alle famose leggi di Keplero; si deve tener conto che i pianeti si attirano tra loro, il che produce delle "perturbazioni"; questo richiede calcoli molto più complessi. E quei calcoli sono necessariamente approssimati; a volte ci si può annidare qualche trabocchetto. Tra l'altro c'era un precedente nel moto della Luna, che fino a metà dell'800 aveva dato del filo da torcere, perché non tornava bene neppure quello. Poi si era scoperto che era solo questione di cattive approssimazioni nei calcoli. . .

Per questa e per altre ragioni, gli esperti di meccanica celeste sapevano che non ci si poteva basare solo su quei 43'' d'arco per dubitare della meccanica newtoniana, e tanto meno della geometria euclidea; ci poteva essere un'altra spiegazione. Poteva esistere un pianeta sconosciuto che perturbava Mercurio (come era accaduto con Urano, perturbato da Nettuno); oppure il Sole poteva non essere esattamente sferico. . . C'erano quindi diverse spiegazioni possibili per quell'indizio. E così l'indizio rimase lì, finché Einstein, per tutt'altra strada, nel fare i conti del moto di un pianeta secondo la RG, non si accorse che la precessione del perielio di Mercurio si spiegava perfettamente. Non c'era bisogno di cercare nuove spiegazioni: la precessione del perielio di Mercurio discendeva automaticamente, con grande esattezza, dalla teoria della relatività.

Questo mi dà l'occasione per una precisazione epistemologica, a proposito del falsificazionismo. Quando si è prodotta una costruzione teorica sofisticata, un insieme di leggi e concetti che interpretano e spiegano correttamente svariati fenomeni e un grande insieme di dati, può capitare che qualche dato sperimentale rimanga inspiegato; è successo molte volte nella storia della scienza e della fisica in particolare. In questo esempio erano quei 43'' del perielio di Mercurio. Dato che tutto il resto tornava bene, si pensò: staremo a vedere, prima o poi una spiegazione salterà fuori. Nessuno immaginava che sarebbe stata una spiegazione rivoluzionaria. Solo a posteriori si è visto che quello era l'indizio che occorreva un nuovo modo d'interpretare lo spazio e il tempo, che ha cambiato le nostre idee precedenti.

La deflessione della luce

Vediamo ora un caso esemplare per la discussione sul carattere euclideo dello spazio: la deflessione della luce. Vi presento una situazione semplificata, senza stare a spiegare come si fanno davvero queste osservazioni. Nella fig. 2-2, S è il Sole (la figura non è in scala: il Sole è molto esagerato come dimensioni rispetto alla distanza dalla Terra); T e T' sono due posizioni della Terra a distanza di sei mesi l'una dall'altra; Σ_1 e Σ_2 sono due stelle (che sarebbero assai più lontane se il disegno fosse in scala). Un astronomo può

solo misurare gli angoli α e α' , mentre non può misurare direttamente gli angoli β_1 e β_2 (il che non vuol dire che non si sappia dire nulla, almeno sul loro ordine di grandezza).

Dalla geometria euclidea segue

$$\alpha' = \alpha + \beta_1 + \beta_2.$$

In particolare si vede che dovrà essere $\alpha' > \alpha$; se la differenza sia piccola o grande dipende da β_1 e β_2 . Per le stelle, β_1 e β_2 sono piccolissimi (molto meno di $1''$), poiché Σ_1 e Σ_2 sono molto più lontane di S dalla Terra.

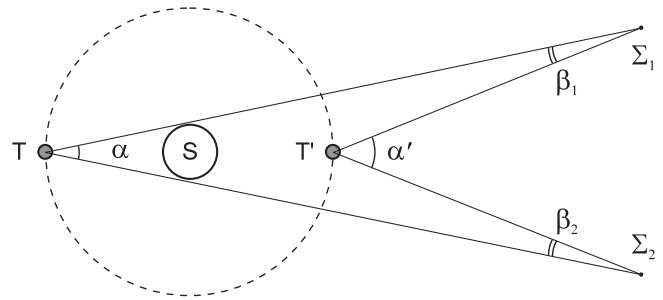


fig. 2-2

Le prime osservazioni sono state fatte nel 1919, poco dopo che la RG aveva fatto una certa previsione. La previsione, confermata dalle osservazioni, dice

$$\alpha - \alpha' = 3.5''$$

se la luce è radente al Sole: notate che α è maggiore di α' , non minore. Gli errori di misura (all'inizio grandi) erano però sufficientemente piccoli per garantire che il verso della disuguaglianza era quello previsto. Quindi qualcosa non torna con la geometria euclidea...

L'osservazione delle stelle con la Terra nella posizione T non è facile, perché il Sole sta davanti alle stelle. È possibile solo durante le eclissi totali di Sole. Bisogna quindi recarsi in un luogo in cui l'eclisse è visibile, con tutta la necessaria strumentazione; e non bisogna dimenticare che un'eclisse totale dura pochi minuti, e si è sempre soggetti a incerti meteorologici: basta una nuvoletta in quel momento, e addio misure...

Come ho già ricordato, la prima misura fu fatta nel 1919, ma i risultati furono contestati. Infatti con misure così delicate sono possibili diversi errori sistematici. Un'importante causa di errori è che il telescopio viene necessariamente esposto al sole prima che l'eclisse cominci: ciò provoca un riscaldamento della sua struttura, e conseguenti deformazioni. Inoltre si dev'essere sicuri che anche nel trattamento delle foto, a distanza di tempo dalla ripresa, non si siano introdotte deformazioni significative.

Dato il carattere rivoluzionario della previsione, gli scettici non mancavano, e criticarono aspramente, da tutti i punti di vista possibili, i risultati della spedizione del 1919. Tutto sommato, oggi possiamo dire che la prova del 1919 non fu decisiva per la deflessione gravitazionale, ma fu solo una forte indicazione a favore. Ci volle la ripetizione dell'esperimento più volte, in condizioni via via raffinate, per confermare l'esistenza e l'entità dell'effetto. Oggi le misure si possono fare anche di giorno, usando i quasar e lavorando nel campo delle onde radio; si possono ripetere le misurazioni più volte l'anno, anche con diversi quasar, con la Terra in diverse posizioni.

Le misure di deflessione hanno oggi errori dell'ordine di $0.001''$; non c'è quindi il minimo dubbio che $\alpha > \alpha'$. La differenza torna benissimo con le previsioni di Einstein, ma questo per ora è secondario: l'importante è che al di là di ogni dubbio la relazione ottenuta dalla geometria euclidea è falsificata dall'esperienza. Più difficile è comprendere come si debba interpretare questo fatto.

Nota didattica

Debbo ora fare un'avvertenza: non tutte le cose che dico sono da portare in classe, pari pari come sono. Ho detto e ripetuto che la relatività non va considerata come un argomento isolato: che tutto l'insegnamento della fisica dovrebbe essere integrato allo

scopo di preparare il terreno, fin da quando si comincia a parlare di fisica (penso al triennio).

Abbiamo parlato di tempo, di spazio, di unità di misura, di modo di misurarli, di spazio euclideo: è quasi ovvio che questo dovrà essere un argomento iniziale, preparatorio. Ho anche detto infatti che normalmente alle questioni di metrologia dello spazio e del tempo si dà poca importanza, e converrebbe dedicargliene di più. Abbiamo poi discusso gli esperimenti di deflessione gravitazionale. Mi servivano per far vedere fatti sperimentali che dimostrano che il mondo è un po' più complicato di come si credeva all'inizio: la geometria euclidea non è così automaticamente garantita. Questo però non lo ritengo un discorso da presentare all'inizio. Comunque, sulla deflessione gravitazionale della luce avremo occasione di tornare. Quello che è importante dire all'inizio è che noi possiamo sì prendere per valida la geometria euclidea, ma siamo autorizzati a farlo solo in base alle misure: non lo possiamo decidere a priori, con argomenti logici.

Problemi

1. Perché non basterebbe la retta razionale per la matematizzazione del tempo?

È un luogo comune per i fisici dire che in ogni caso ci sono gli errori di misura, per cui i numeri razionali sarebbero più che sufficienti, essendo addirittura densi in \mathbb{R} (si possono infatti trovare due razionali vicini quanto si vuole, mentre gli errori di misura sono in ogni caso finiti). Invece si usano i numeri reali: perché?

2. Quale inconveniente c'è a usare il meridiano come campione di lunghezza? Quale a usare la barra di platino-iridio? Perché questi campioni sono stati abbandonati?

3. In che senso il ^{86}Kr ci dà un'unità assoluta? Perché bisogna specificare un preciso isotopo, e non basta dire Krypton?

4. Quanto vale β_1 se Σ_1 è α Centauri? (distanza 1.3 parsec = $4 \cdot 10^{16}$ m, $\alpha = 0.01$ rad).

5. Esaminare le possibili interpretazioni dell'esperimento di deflessione della luce.

Risposte

Problema 1. (Tempo razionale):

Non è un'esigenza sperimentale, ma teorica. Se vogliamo fare operazioni semplici sulle funzioni che esprimono le leggi orarie (ad esempio ammettere che scelta una posizione intermedia fra quelle iniziale e finale di un moto, esiste un istante nel quale il corpo ci passa) è necessario usare la retta reale. Più esattamente, questa proprietà è espressa dal teorema della funzione continua, che vale per le funzioni $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, mentre non vale per funzioni definite in \mathbb{Q} (retta razionale). Per farla più semplice, avremmo problemi già nel caso di moto uniformemente accelerato. Dato che per trovare il tempo a partire dallo spazio percorso occorre un'estrazione di radice quadrata, non è garantito che il risultato sia razionale.

È interessante notare che l'idea è già presente in Galileo, che in più occasioni insiste sulla continuità del moto. Non a caso, dato che a quel tempo la matematica dei numeri reali non esisteva ancora, gran parte dei suoi ragionamenti sono esposti in forma geometrica.

Problema 2. (Meridiano terrestre):

La lunghezza di un arco di meridiano, a parità di differenza di latitudine, non è sempre la stessa: la Terra non è né sferica né a forma di ellissoide rotondo. Le misure del meridiano non sono facili, e nel corso del tempo hanno fornito risultati continuamente variabili. Si sarebbero perciò dovuti cambiare tutti i campioni secondari, i valori di tutte

le grandezze fisiche dipendenti dall'unità di lunghezza, ecc. Abbastanza simile è il problema della sbarra di platino-iridio. I limiti con cui si possono individuare le posizioni delle tacche che definiscono il metro fanno sì che la precisione sia bassa, molto minore di quella delle misure ottiche. Inoltre il campione è unico, in un unico luogo: questo rende problematica la riproducibilità (non è una definizione assoluta). È molto migliore un campione che ogni laboratorio può costruirsi di per sé, con maggiore sicurezza ed affidabilità, senza incorrere in errori dovuti a eventuali trasporti di sottocampioni.

Problema 3. (Krypton 86):

Il ^{86}Kr è un'unità assoluta, se si assume che gli atomi siano tutti uguali. Non è male osservare a questo punto quanto siano complesse le basi della metrologia, anche nei casi apparentemente più semplici. Per risalire da una riga spettrale del ^{86}Kr all'unità di lunghezza, padroneggiando tutte le possibili cause di errore, sono necessarie competenze in molti campi della fisica. Se poi si vuol discutere quanto sia fondata l'ipotesi che gli atomi sono tutti uguali tra loro, occorre conoscere a fondo la struttura atomica, e alla fine gran parte della fisica che oggi conosciamo. La fisica sta tutta insieme; quando la si studia e quando la s'insegna, questo non dobbiamo dimenticarlo.

È vero che già la regolarità dei cristalli ha suggerito l'identità degli atomi (e in particolare dell'esistenza di uno stato fondamentale, base della meccanica quantistica); però non è un argomento decisivo: eventuali piccole differenze potrebbero restare inosservate, almeno in uno studio iniziale dei cristalli. A livello microscopico, il problema si ripresenta come identità delle particelle elementari. Ad esempio, se gli elettroni non fossero tutti uguali, non si potrebbe applicare il principio di Pauli e la materia avrebbe proprietà molto differenti da quelle che vediamo.

Quanto al perché bisogna specificare ^{86}Kr : isotopi diversi hanno livelli energetici leggermente diversi perché nella formula dell'energia interviene la massa ridotta dell'elettrone. Variando l'isotopo cambia la massa del nucleo, e quindi varia la massa ridotta dell'elettrone (sulla quarta cifra per l'idrogeno; meno per atomi più pesanti). Per misure di precisione è importante tenerne conto.

Problema 4. (Quanto vale β_1):

Si può usare il teorema dei seni, e si trova circa $0.001''$: siamo al livello della massima precisione oggi raggiungibile. Oggi però, non usando stelle ma quasar, è misurabile la deflessione gravitazionale anche per raggi di luce che passano a 1 UA dal Sole.

Problema 5. (Cosa ci dice l'esperimento sulla deflessione della luce?):

La prima risposta è ovvia: la luce non va in linea retta. Ma cerchiamo di guardare più a fondo. Osservate che per arrivare alla formuletta $\alpha' = \alpha + \beta_1 + \beta_2$ si sono usate due ipotesi:

- a) lo spazio è euclideo (vale la geometria euclidea)
- b) la luce si propaga in linea retta.

Visto che l'esperimento contraddice la conclusione, abbiamo diverse possibilità:

- 1) possiamo negare a)
- 2) possiamo negare b)
- 3) possiamo negarle entrambe.

C'è poi una quarta possibilità:

- 4) La domanda è mal posta.

In realtà l'ultima è la risposta migliore: prima di affermare se lo spazio è euclideo o non euclideo, bisognerebbe sapere che cosa intendiamo per "spazio." Nella fisica newtoniana spazio e tempo, definiti da Newton, stanno ognuno per conto proprio; ma in fisica relativistica l'unico ente che ha un significato intrinseco è lo spazio-tempo. Si pone allora

il problema di definire, delimitare, dentro lo spazio-tempo, qualcosa da intendere come “spazio.” Solo dopo ci potremo chiedere se questo “spazio” sia euclideo, e se in esso la luce viaggi in linea retta.