

Come introdurre la fisica quantistica nella scuola secondaria superiore

Elio Fabri

Dipartimento di Fisica – Università di Pisa



*Bohr used to say that if you aren't
confused by quantum physics, then
you haven't really understood it.*

J. A. Wheeler

Premessa

In questa nota si presenta una proposta per l'introduzione della fisica quantistica nella s.s.s., seguendo le linee già descritte in [1]. Alla stessa fonte si rimanda il lettore per una discussione delle motivazioni di alcune scelte e per commenti generali, mentre qui ci si vuole concentrare su di una più precisa indicazione di contenuti.

Quale approccio per la fisica quantistica?

La presente proposta differisce dalle linee più tradizionali in primo luogo perché non segue un approccio storico. Per le motivazioni si veda [1]; qui si vuole soltanto sottolineare che rispetto a una (presunta) ricostruzione storica si è scelto di concentrarsi sulla necessità di risolvere (o tentare di risolvere) un problema, che ora esaminiamo brevemente.

È ben noto che la fisica quantistica si caratterizza, agli occhi di chi non vi sia ben addentro, come un campo pieno di paradossi, dove non si è mai sicuri di quello che sembra più ovvio e naturale, dove accadono cose che sfidano il senso comune, ecc. È perciò essenziale mettere gli allievi al riparo da false impressioni,

* La versione 1.0 della presente nota, datata Gennaio 1993, è stata distribuita in occasione di un ciclo di lezioni al Liceo Scientifico “E. Fermi” di Massa. La versione 1.1, datata Ottobre 1993, è stata distribuita al Congresso AIF di Montesilvano (PE). La versione 1.2, datata Dicembre 1993, preparata in occasione del Convegno di Torino del GNDF, era largamente modificata e soprattutto ampliata. Questa versione, preparata dopo un corso di aggiornamento tenuto a Pisa, presenta ulteriori modifiche e ampliamenti.

e far capire subito che la fisica moderna è una scienza comprensibile, razionale, con le sue regole, il suo linguaggio, e prima di tutto i suoi *fatti*.

Il punto è centrale per ciò che segue, poiché la linea didattica che qui si presenta si basa prima di tutto su questo principio: la fisica quantistica poggia su di un insieme di *fatti*, i quali da un lato sono inconciliabili con la struttura teorica della fisica quale era conosciuta alla fine del secolo scorso, ma dall'altro — se presi per buoni, com'è inevitabile — già consentono di comprendere molte cose, di collegare tra loro campi di fenomeni; e questo anche prima di una teoria che ne dia una spiegazione unitaria e coerente.

Per soddisfare le esigenze sopra espresse si è adottata una presentazione che si sviluppa in 4 capitoli:

1. La quantizzazione come fatto
2. Statistica dei sistemi quantizzati
3. Leggi di propagazione
4. Conseguenze e applicazioni.

Esamineremo ora in successione i detti capitoli.

1. La quantizzazione come fatto

Sembra opportuno iniziare il discorso dal riconoscimento di fatto che esistono due distinte quantizzazioni:

- a) quella dei livelli atomici
- b) quella della radiazione e. m.

S'intende con ciò che andranno mostrati fin dall'inizio i fatti fondamentali che provano questa realtà, *senza avanzare alcuna interpretazione* al di là della pura evidenza.

Naturalmente sarebbe ingenuo credere che esistano fatti sperimentali neutri, cioè che non presuppongono uno schema teorico. Pertanto la proposta va intesa non tanto nel senso in cui la leggerebbe un filosofo della scienza, ma in quello più modesto del “fisico qualunque”: alla luce degli stessi schemi interpretativi della fisica classica alcuni esperimenti impongono un'evidenza, cui è difficile sfuggire, circa l'esistenza di situazioni quantistiche. Non è bene tentare immediatamente di proporre un nuovo schema interpretativo, per due ragioni:

- a) uno schema soddisfacente sarebbe prematuro, mentre uno schema possibile a quel punto è largamente insoddisfacente;
- b) anche senza tentare un nuovo schema, i fatti quantistici consentono di trarre deduzioni e di spiegare altri fatti.

Osserviamo che quest'ultimo è un insegnamento di metodo, utilissimo di per se stesso: la ricerca avanza sempre per conquiste parziali, non si attende la “teoria generale” per cercare di capire ciò che è possibile. Lo stesso Einstein è stato maestro in questo modo di procedere.

1.1. *La quantizzazione dei livelli atomici*

L'esperienza dimostra che nei sistemi atomici sono possibili soltanto valori discreti di energia, caratteristici di ciascun sistema. Il punto di partenza più adatto è l'esperimento di Franck–Hertz, per diverse ragioni:

- si tratta di un esperimento direttamente eseguibile, per il quale esistono attrezzature già pronte, nonché il film del PSSC;
- l'interpretazione dell'esperimento fa uso di concetti semplici ma fondamentali della fisica classica: principi di conservazione, campo elettrico e potenziale; ha quindi un'utile funzione di richiamo e motivazione dell'importanza di tali concetti;
- è un esempio importante di un fatto generale: nella fisica microscopica i numeri hanno un ruolo basilare: l'esperimento permette di *misurare* le distanze fra i livelli, cioè non è solo qualitativo.

Ricordiamo brevemente che cosa c'insegna l'esperimento di Franck–Hertz. Si studia l'urto fra elettroni e atomi (praticamente fermi): si vede che finché l'energia cinetica degli elettroni non raggiunge una certa soglia l'urto è *elastico*, ossia gli elettroni rimbalzano con l'energia cinetica iniziale; quando invece si supera quella soglia diventano possibili urti *anelastici*, in cui l'energia cinetica non si conserva. Si deve ammettere che l'energia perduta sia stata assorbita dall'atomo, e conservata sotto forma di energia dei gradi di libertà interni (gli elettroni appartenenti all'atomo cambiano la loro energia). Ma si vede anche che l'energia perduta dall'elettrone urtante non è qualsiasi, ma ha sempre uno stesso valore, pari all'energia di soglia sopra citata.

Proseguendo l'esperimento si può vedere che in realtà esistono più soglie, ossia più valori possibili per l'energia che i gradi di libertà interni dell'atomo possono acquistare: dunque l'energia interna dell'atomo è *quantizzata*. A titolo di esempio, per il mercurio (usato originariamente da Franck e Hertz) i valori di soglia sono all'incirca di 4.9, 6.7, 8.8 ... eV.

A questo punto si farà notare che la quantizzazione dell'energia *non è spiegabile con la fisica classica*: infatti secondo la fisica classica il moto degli elettroni in un atomo, così come quello di un pianeta attorno al Sole, potrebbe avvenire con qualsiasi energia (fino a un massimo al di là del quale l'elettrone potrà sfuggire, lasciando l'atomo ionizzato). La quantizzazione pone quindi un grave problema.

Potrebbe forse riuscire utile osservare che con le conoscenze odierne si ha la prova che la quantizzazione *non è una particolarità dei sistemi atomici*, ma un fatto del tutto generale; solo che per gli atomi l'effetto è molto più visibile, mentre nei casi macroscopici è generalmente del tutto trascurabile.

È invece molto importante far vedere che la quantizzazione dei livelli permette già di trarre delle conseguenze (con ordini di grandezza): prima di tutto

sulle dimensioni e sulla stabilità degli atomi e delle molecole, sulla “solidità” della materia.

Una grave difficoltà del modello di Rutherford è la sua *instabilità per irraggiamento*: poiché una carica elettrica in moto accelerato perde energia irraggiando onde e.m., gli elettroni atomici dovrebbero avvicinarsi progressivamente al nucleo. Per di più le dimensioni delle orbite appaiono arbitrarie, e perciò non si vede come mai gli atomi di uno stesso elemento risultino tutti uguali (ciò è provato ad es. dall’esistenza dei cristalli). Se invece l’energia è quantizzata, e in particolare se esiste un’energia minima, esiste anche una dimensione minima degli atomi, fissata una volta per tutte per gli atomi della stessa specie.

Si vede qui una differenza cruciale fra la fisica classica e quella quantistica. Nella fisica classica non ci sono grandezze fondamentali che fissino le dimensioni degli oggetti (ad es. del sistema solare): tanti Soli uguali potrebbero benissimo avere sistemi planetari molto differenti per dimensioni, numero di pianeti, ecc. Invece gli atomi d’idrogeno *sono tutti identici*, e ciò è essenziale per la chimica. La spiegazione di questa identità non esiste nella fisica classica.

La quantizzazione dell’energia ci dà una spiegazione dell’identità e della stabilità degli atomi, nel senso in cui “spiegazione” vuol dire ricondurre un certo fatto (o meglio un insieme di fatti) a un’unica radice di più semplice descrizione.

Inoltre la quantizzazione dell’energia spiega perché nella fisica dei gas possiamo trattare gli atomi come “palline” senza gradi di libertà interni. Infatti a temperatura ambiente le energie cinetiche tipiche degli atomi (pochi centesimi di eV) sono molto più piccole dei salti tra i livelli atomici, ed è perciò molto improbabile che un atomo venga eccitato per urto. Si noti: molto improbabile, ma a rigore non impossibile, perché possono sempre esistere atomi con energia cinetica parecchio superiore a quella media (distribuzione di Maxwell–Boltzmann). Però se si fanno i conti si vede che la probabilità in questione è del tutto trascurabile (v. in 2.3).

Ne segue che ogni atomo resta sempre nello stato fondamentale e non scambia energia con gli altri: si comporta dunque come un sistema privo di gradi di libertà interni: un punto materiale. In particolare, questo spiega il successo della teoria classica dei calori specifici in molti casi; sui casi anomali (sia per le molecole, sia per i solidi) torneremo più avanti. Paradossalmente, in questo caso la quantizzazione salva dunque una teoria classica (la meccanica statistica di Maxwell–Boltzmann) che sarebbe invece incompatibile con la struttura interna degli atomi, se la fisica classica avesse validità incondizionata.

Scendendo di scala, lo stesso accade per i nuclei nella fisica atomica: le distanze dei livelli nucleari sono molto maggiori (dell’ordine di 10^4 volte) di quelle dei livelli atomici, e perciò negli esperimenti di fisica atomica (chimica, spettroscopia, ecc.) il nucleo si comporta come un punto senza gradi di libertà interni.

È assolutamente necessario che tutti questi discorsi siano accompagnati dalla discussione degli ordini di grandezza: mentre nella fisica classica masse, cariche, distanze, sono poco rilevanti, nel senso che le formule vanno sempre bene e la fisica non cambia qualitativamente, nella fisica microscopica ciò non è più vero, a causa dell'intervento delle *costanti fondamentali*.

1.2. La quantizzazione della radiazione e.m.

Su questo tema non sembra necessario discostarsi troppo dalla linea canonica. Partiamo dall'effetto fotoelettrico, presentando in primo luogo il fenomeno nei suoi aspetti qualitativi: esistenza di una soglia, influenza dell'intensità della luce sul numero degli elettroni emessi. Si passerà poi agli aspetti quantitativi: l'effetto si presenta anche con luce molto debole (la corrente prodotta è proporzionale all'intensità della luce) e senza apprezzabile ritardo; invece l'energia dei fotoelettroni dipende solo dal colore (lunghezza d'onda) della luce.

A questo punto si potrà già osservare che i fatti sperimentali da un lato sono del tutto incompatibili con un modello ondulatorio della luce, secondo la teoria di Maxwell, mentre dall'altro si spiegano perfettamente assumendo, con Einstein, che la radiazione e.m. consiste di *quanti* (di grandezza proporzionale alla frequenza della radiazione, ma questo non può essere asserito finché non si mostra la relazione fra energia di soglia e frequenza).

Conviene rinforzare l'interpretazione corpuscolare mostrando il comportamento di un fotomoltiplicatore (FM), con luce intensa e con luce debole: nel primo caso si ottiene una corrente costante, di grandezza proporzionale all'intensità della luce; nel secondo si vede l'arrivo dei singoli fotoni, e si capisce che la corrente costante è solo un effetto statistico, dovuto al gran numero di fotoni. Se si ritiene difficile un esperimento con FM, ci si può appoggiare sul film "I fotoni" del PSSC.

Nell'interpretazione corpuscolare della radiazione e.m. l'intensità della radiazione dà dunque una misura del numero di fotoni che incidono sul rivelatore (per unità di tempo e di superficie). Si vede anche che l'arrivo di questa "pioggia" di fotoni ha carattere *casuale*: come abbiamo già detto l'intensità ci permette di fare previsioni *statistiche*, ma l'arrivo dei fotoni è del tutto irregolare, anche nel senso che ciascun fotone arriva *indipendentemente dagli altri*. Torneremo più avanti su questo punto.

Di solito si usa l'effetto fotoelettrico per introdurre la natura corpuscolare della radiazione e il "dualismo onda-corpuscolo." Purtroppo questo dualismo è un esempio tipico di quelle cose che vanno contro il senso comune, cui si faceva riferimento all'inizio. Sembra perciò più opportuno prendere un'altra strada: anche in questo caso abbiamo dei *fatti*, che ci obbligano a prendere atto che la descrizione accettata dalla fisica dell'800 (le onde e.m.) non descrive correttamente la realtà: la luce (e la radiazione e.m. in generale) *non consiste di onde, bensì di particelle*. Si veda Feynman:

“Voglio sottolineare che la luce si presenta in forma di particelle. È molto importante sapere che la luce si comporta come particelle, specialmente per quelli tra voi che a scuola hanno sentito parlare di una luce che si comporta come onde. Io vi dico qual è il vero comportamento della luce: particelle.

“Potreste dirmi che è il FM che vede la luce come fatta di particelle; ma non è così: qualsiasi strumento abbastanza sensibile per rivelare una luce molto debole ha sempre fornito lo stesso risultato: la luce è fatta di particelle.” ([2], p. 15; trad. del presente autore)

Incontreremo ancora più avanti il riferimento a Feynman: infatti l’approccio che abbiamo scelto di seguire, in quanto lo riteniamo più soddisfacente di altri, è dovuto a questo autore, che lo ha presentato in numerosi scritti, a diversi livelli [3], [4], [5], [6].

Osserviamo che Einstein arriva all’idea dei quanti di luce con un’argomentazione assai complessa, nella quale il ruolo centrale non è giocato dall’effetto fotoelettrico, bensì da considerazioni strettamente teoriche, circa i rapporti tra le leggi della termodinamica e dell’elettromagnetismo da un lato, e i dati sperimentali sulla radiazione di corpo nero *ad alte frequenze* (limite di Wien) dall’altro. L’effetto fotoelettrico, insieme ad altri fatti sperimentali, è usato da Einstein come verifica che l’ipotesi proposta è in accordo con gli esperimenti, ossia che ha un buon potere predittivo [7]. Abbiamo qui un esempio di quanto sia difficile proporre una ricostruzione storica a fini didattici. Comunque ecco ciò che scrive Einstein nell’articolo citato:

“Secondo l’ipotesi che voglio qui proporre, quando un raggio di luce si espande partendo da un punto, l’energia non si distribuisce su volumi sempre più grandi, bensì rimane costituita da un numero finito di quanti di energia localizzati nello spazio e che si muovono senza suddividersi, e che non possono essere assorbiti od emessi parzialmente.”

Per quanto ci concerne, si può forse ritenere insufficiente l’effetto fotoelettrico come fondamento del carattere corpuscolare della radiazione e.m.: in tal caso si potrà ricorrere, a titolo di rafforzamento dell’idea, all’effetto Compton e all’esperimento di Compton e Simon. A tale scopo sarebbe però necessario introdurre diversi altri argomenti: la diffusione della radiazione e.m., forse i raggi X, la camera di Wilson come rivelatore di particelle cariche, l’impulso della radiazione. Lasciamo per ora impregiudicata, in attesa di uno studio più approfondito, l’opportunità di seguire questa strada.

Una volta introdotti i fotoni, e messo bene in evidenza che la loro esistenza è incompatibile con la teoria di Maxwell, ma ciononostante è *un fatto*, ci sono tutta una serie di conseguenze, legate alle soglie fotoelettriche, che è bene trattare. A titolo di esempio: reazioni fotochimiche (inclusa la fotosintesi), applicazioni tecniche (fotorivelatori, celle fotovoltaiche). Lo scopo è quello già indicato: prima di affrontare questioni più di principio, è bene mostrare che il

nuovo paradigma s'impone anche a causa della massa di successi esplicativi che i nuovi fatti permettono.

Riteniamo invece opportuno lasciare da parte il problema del corpo nero, anche se storicamente è stato il punto di partenza. Infatti nella scuola secondaria non è possibile proporre neppure la natura del problema, che richiede potenti astrazioni, a cominciare dalla stessa applicazione della termodinamica alla radiazione.

1.3. *Conseguenze combinate di 1.1 e 1.2*

Nello spirito già illustrato, di far vedere che i nuovi fatti quantistici consentono un primo schema interpretativo anche in assenza di una teoria comprensiva, è bene presentare subito alcune conseguenze delle due specie di quantizzazione già viste.

In primo luogo si tratterà degli spettri atomici in emissione e assorbimento: la relazione di Einstein–Planck per i fotoni, combinata con la quantizzazione dei livelli atomici, porta alla ben nota regola di Bohr. Ne segue che se conosciamo i livelli di energia di un atomo possiamo prevedere quali frequenze esso potrà emettere o assorbire. Viceversa i dati spettroscopici, ossia la lista delle frequenze misurate delle righe spettrali di una data specie atomica, permettono di ricavare la struttura dei livelli di quell'atomo. In particolare si arriva così *per via empirica* alla formula di Rydberg per i livelli dell'atomo d'idrogeno.

Pensando alle applicazioni, si può ad es. trattare della fluorescenza: un atomo eccitato con una radiazione di data frequenza può emettere anche su frequenze diverse (minori) saltando a livelli intermedi. Uno sviluppo tecnico sono i tubi luminosi impropriamente detti “al neon,” i quali sono invece tubi *fluorescenti*: al loro interno una scarica elettrica in un vapore di mercurio provoca l'emissione di radiazione ultravioletta, che a sua volta causa la fluorescenza del materiale depositato sulla parete, con emissione di luce visibile.

Un'elegante conseguenza delle stesse idee si ha nell'astrofisica con la spiegazione del meccanismo di emissione di luce nelle *nebulose planetarie*. Queste consistono di una nube di gas che è stato emesso da una stella centrale durante una fase esplosiva. La stella, che ha un'alta temperatura superficiale, ha una forte emissione nel lontano ultravioletto, ossia emette fotoni capaci di eccitare atomi e ioni presenti nella nube circostante; questi poi tornano nello stato fondamentale in più salti, emettendo luce visibile.

All'argomento è connessa la storia del “Nebulio”: un ipotetico elemento di cui si era postulata la presenza nelle nebulose planetarie, perché non si riuscivano a rintracciare, negli spettri degli elementi noti, righe corrispondenti alle frequenze osservate. In seguito si dimostrò che i responsabili dell'emissione erano ioni di azoto e ossigeno, che effettuavano transizioni che in condizioni di laboratorio sono “proibite.” Che cosa intendiamo con ciò? Le transizioni in questione hanno bassissime probabilità, il che vuol dire che alle densità usuali in laboratorio gli

atomi perdono più facilmente energia attraverso urti (convertendo quindi l'energia interna in energia cinetica di agitazione termica). Quando invece la densità del gas, come accade nelle nebulose planetarie, è di molti ordini di grandezza più bassa, gli urti sono assai rari e gli atomi finiscono per emettere radiazione attraverso le transizioni “proibite.”

1.4. *Alcuni commenti*

Nel discorso che precede abbiamo nominato le relazioni di Einstein e di Bohr, che legano energia (dei fotoni o dei livelli atomici) e frequenza della radiazione e.m.; allo stesso tempo abbiamo affermato che la radiazione e.m. è fatta di fotoni. Con questo non siamo caduti in contraddizione? Ovvero: non abbiamo fatto rientrare dalla finestra il dualismo onda-corpuscolo, che credevamo di avere scacciato dalla porta?

Non c'è dubbio che frequenza e lunghezza d'onda sono concetti che storicamente nascono dalla fisica dei moti ondulatori, e che vengono applicati alla luce in quanto per essa si ritiene adatto un modello ondulatorio. Per di più queste grandezze sono accessibili a misura diretta (per la luce, fino a tempi recenti, solo la lunghezza d'onda, ma per altri tipi di onde e.m. entrambe). Sarebbe però un passaggio logico non giustificato asserire che tutte le volte che si può parlare di lunghezza d'onda ci si trova necessariamente in presenza di un fenomeno ondulatorio: vedremo più avanti che in effetti ha senso attribuire una “lunghezza d'onda” ai fotoni, senza per questo essere costretti a parlare di onde.

Al momento basterà osservare che possiamo misurare (se si preferisce, dare una definizione operativa) della lunghezza d'onda della luce (interferenza, reticoli) e insieme dell'energia dei fotoni (effetto fotoelettrico): la relazione di Einstein, scritta in termini di lunghezza d'onda, ha dunque una precisa base sperimentale.

Un'obiezione che riguarda non il presente approccio, ma la stessa storia dell'idea di quantizzazione, è la seguente (reale: è stata fatta da un'insegnante). Abbiamo detto che esperimenti come quello di Franck e Hertz mostrano che l'estrapolazione della meccanica newtoniana alla scala atomica è illecita: tuttavia nel discutere gli esperimenti facciamo uso della conservazione dell'energia, principio che trae la sua origine dalla fisica newtoniana. Non è questa una contraddizione?

Risposta: ovviamente siamo in contraddizione se guardiamo alla situazione con gli occhi della logica deduttiva. Ma questa è un'ottica sbagliata: siamo nella fase storica in cui stiamo scoprendo qualcosa di nuovo, e sappiamo che le vecchie idee non sono più certe. In tali situazioni i fisici (e gli scienziati in generale) non sono soliti buttare a mare tutto quello che hanno accettato fino allora, ma procedono per congetture, o ipotesi di lavoro se si preferisce: scelgono dal repertorio di concetti, leggi, principi quelli su cui ritengono — per qualsiasi ragione — di poter fare più affidamento, e provano ad andare avanti. Come sempre, è solo il successo del tentativo che ne dà la giustificazione *a posteriori*.

Nel caso specifico, la conservazione dell'energia appariva qualcosa di più fondamentale (si ricordi anche la termodinamica) che non la descrizione dettagliata delle interazioni e delle leggi del moto; per questo si è scelto di salvarla dalla crisi della fisica classica. Pochi anni dopo, la scoperta dell'effetto Compton rimise in discussione tale ipotesi, che venne in seguito confermata dalla verifica diretta (Compton e Simon) che l'energia perduta dal fotone era acquistata dall'elettrone, in un normale urto elastico relativistico.

Commento a un altro livello: il fatto che un'obiezione del genere venga avanzata è di per sé sintomatico: prova che anche agli insegnanti riesce difficile vedere la fisica come una scienza non sistemata assiomaticamente una volta per tutte, ma in continua trasformazione (magari più acuta e veloce nei momenti cosiddetti di "crisi," come quello di cui stiamo parlando). Sarebbe invece assai importante che tale carattere della costruzione della fisica venisse evidenziato anche in altre occasioni e in relazione ad altri argomenti, per evitare di dare una falsa impressione: che la nascita della fisica quantistica sia caratterizzata da una situazione di "crisi logica" senza precedenti.

A proposito di crisi, è ancora aperta la discussione se sia o no corretto parlare di crisi per la transizione, avvenuta agli inizi di questo secolo, dalla fisica classica a quella quantistica (ecco perché le virgolette, poco sopra). Si discute anche se ci si possa riferire alla transizione come a un cambiamento di paradigma, alla Kuhn. C'è chi sostiene, con buona ragione, che in realtà gli elementi di crisi erano già presenti da tempo, e la soluzione è arrivata per passi graduali, col contributo di molti progressi teorici e sperimentali. Per accennare un unico esempio, era certamente già noto a Maxwell che la meccanica statistica classica non dava un'interpretazione del tutto soddisfacente dei calori specifici dei gas.

A parere di chi scrive, la risposta alla seconda questione è affermativa: ci sono infatti sia le "anomalie" (come quella già citata dei calori specifici, quella ancor più nota della radiazione nera, e lo stesso effetto fotoelettrico) sia il cambiamento di punto di vista, di problemi rilevanti e di fenomeni considerati cruciali, che caratterizzano appunto la situazione che Kuhn descrive come "cambiamento di paradigma." Basti pensare, anche qui con solo esempio, al più volte citato lavoro di Einstein sulla natura quantistica della radiazione.

2. Statistica dei sistemi quantizzati

Una presentazione della fisica quantistica non può prescindere dagli aspetti statistici, ossia dagli effetti che la quantizzazione dei livelli produce negli equilibri statistici, in varie situazioni. Ciò serve tra l'altro a mostrare che si possono dare conseguenze fisicamente assai significative della quantizzazione anche prima di averne fatta una teoria completa.

L'obiettivo è di arrivare alla distribuzione di Boltzmann per i sistemi con livelli discreti. Un possibile modo consiste nel far vedere, per mezzo di una

simulazione a calcolatore, che un sistema di atomi evolve verso la distribuzione di Boltzmann (per i livelli di energia interna) in conseguenza degli urti. È questo un caso nel quale la tecnica di simulazione svolge una funzione positiva, poiché sostituisce un calcolo impossibile con gli strumenti matematici disponibili, e nello stesso tempo trasmette bene l'idea fisica sottostante.

2.1. La distribuzione di Boltzmann per livelli discreti

La simulazione può procedere come segue. Si supponga di avere N atomi identici, con livelli equidistanti, e che all'inizio questi atomi siano distribuiti in un modo qualsiasi fra questi livelli. Si scelgono a caso due atomi e li si fanno "urtare": con ciò s'intende che il primo atomo scende al livello immediatamente inferiore a quello occupato, e il secondo sale a quello immediatamente superiore. Si ripete per un'altra coppia scelta a caso, ecc. Si vede che la popolazione di atomi evolve verso una distribuzione di equilibrio, che coincide, per questo caso particolare, con quella prevista del tutto in generale da Boltzmann.

Si può anche dare una verifica dell'espressione matematica:

$$n_i \propto e^{-E_i/kT}$$

dove E_i è l'energia dell' i -mo livello, T è la temperatura assoluta e $k = R/N = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K la *costante di Boltzmann*. Nella formula n_i rappresenta la *popolazione* dell' i -mo livello, e il segno \propto sta a indicare che manca un "fattore di normalizzazione," che dipende dal numero totale di atomi (a rigore manca anche il cosiddetto "peso statistico," ossia la degenerazione del livello; ma la correzione non è essenziale ai nostri scopi). Tutti questi dettagli possono essere assorbiti senza difficoltà nella simulazione, che può dare direttamente gli n_i a partire dagli altri parametri.

Nota storica: la deduzione di Boltzmann è di molto anteriore alla scoperta della quantizzazione, ed era perciò intesa per distribuzioni *continue* di energia, sia relativa ai moti d'insieme (traslatori) degli atomi o molecole di un gas, sia ai moti interni. È assai notevole che la stessa legge di distribuzione resti valida anche in presenza di quantizzazione: ciò dipende dal fatto che la distribuzione di Boltzmann è quella di *massima probabilità* per un dato numero di atomi e una data energia totale: la massima probabilità si ottiene nelle stesse condizioni, tanto se lo spettro delle energie è discreto, quanto se è continuo.

2.2. Introduzione statistica alla temperatura

Sarà apparso evidente un punto debole del discorso che precede: abbiamo parlato di temperatura in un contesto statistico, senza alcuna giustificazione. In effetti si apre qui un problema dell'insegnamento della fisica moderna: *è assolutamente indispensabile che vi siano inclusi argomenti di fisica statistica*. (Non sembra che ciò fosse presente alla Commissione Brocca per il triennio, visto che questa parte della fisica è assente dai programmi della più parte degli

indirizzi, ed è sostanzialmente facoltativa per l'indirizzo scientifico-tecnologico.) Ci porterebbe troppo fuori strada affrontare la questione: accenniamo solo che si può ricorrere ancora una volta a una simulazione per far comprendere il legame fra energia media e temperatura nel caso semplice dei gas perfetti monoatomici.

Osserviamo di passaggio che tutto l'argomento della fisica statistica ha a monte un prerequisito: la comprensione *fisica* dei fenomeni casuali. La sottolineatura vuole distinguere ciò che occorre da una trattazione astrattamente matematica: è necessario acquisire un "feeling" di che cosa significa casuale, della relazione fra entità delle fluttuazioni e numero degli eventi (componenti del sistema, numero di misure, ecc.)

2.3. Applicazioni

Quale primo esempio di conseguenza della diversa popolazione dei livelli, si può mostrare l'effetto sull'emissione e assorbimento della luce da parte degli atomi. Prendiamo per esempio l'idrogeno a temperatura ambiente, e teniamo conto del fatto che la distanza del primo livello eccitato è di circa 10 eV. Poiché il fattore kT che compare nella legge di Boltzmann vale circa 0.025 eV, il rapporto delle popolazioni dei primi due livelli è $e^{400} \simeq 10^{170}$: anche considerando una massa d'idrogeno pari a quella dell'Universo, che è intorno a 10^{80} atomi, sarebbe praticamente impossibile trovare un atomo che non si trovi nel livello più basso.

Di conseguenza l'idrogeno a temperatura ambiente può assorbire soltanto luce i cui fotoni hanno energie pari alle differenze fra quella del livello più basso e gli altri. A conti fatti si vede che l'idrogeno assorbe solo nel lontano ultravioletto (serie di Lyman). Se invece la temperatura aumenta, un po' di atomi passano al livello superiore, e da questo è possibile un assorbimento di luce nel visibile (serie di Balmer).

Viceversa, per avere emissione di luce visibile dall'idrogeno occorrerà che alcuni atomi vengano portati (con qualsiasi mezzo, per es. con una scarica elettrica) almeno al terzo livello: da questo, passando al secondo emetteranno luce della riga H_α , di color rosso. E così via.

Una bella applicazione astrofisica è l'influenza della temperatura sugli spettri stellari: più in particolare l'aumento e poi la diminuzione nell'intensità della serie di Balmer in assorbimento, al crescere della temperatura nelle classi spettrali da M a O, dovuta al fatto che la popolazione del primo livello eccitato dapprima aumenta al crescere della temperatura, e poi ricade man mano che si popolano i livelli più eccitati, fino alla ionizzazione.

Anche se la differenza di energia fra livello fondamentale e primo eccitato fosse di solo 1 eV, il risultato non cambierebbe: invece di 10^{170} avremmo 10^{17} , che è sempre un numero enorme. Dunque in un gas a temperatura ambiente gli atomi si trovano sempre nello stato fondamentale, e l'agitazione termica non riesce

a eccitarli. Questo spiega il paradosso del successo della meccanica statistica classica.

Andando un po' più a fondo, distribuzione di Boltzmann e livelli discreti permettono di spiegare le anomalie dei calori specifici (congelamento dei gradi di libertà a bassa temperatura). Anche qui il calcolatore può essere un ausilio prezioso: non è infatti difficile calcolare come varia l'energia interna media di un insieme di atomi o molecole in funzione della temperatura, data la struttura dei livelli energetici. Come abbiamo già visto, a temperature basse i livelli eccitati non sono popolati (l'energia media resta al valore minimo) e quindi il contributo dei gradi di libertà interni al calore specifico è nullo; le cose cambiano invece al crescere della temperatura, man mano che si popolano i livelli eccitati. Lo stesso discorso si può fare per le vibrazioni di un reticolo cristallino e spiega lo scostamento di alcuni elementi, allo stato solido, dalla legge di Dulong e Petit.

In maniera analoga si spiega la dipendenza della velocità di una reazione chimica dalla temperatura, fenomeno di grande importanza sia nella chimica industriale sia nella biologia. Basta introdurre l'energia di attivazione: la minima energia necessaria perché due atomi o molecole possano entrare in contatto e dar luogo alla reazione. La velocità di reazione è proporzionale alla frazione di atomi che hanno energia superiore all'energia di attivazione, e questa frazione dipende dalla temperatura sempre secondo la legge di Boltzmann. Ne segue che la velocità della reazione (da non confondere con l'equilibrio) cresce molto con la temperatura, tanto che reazioni pressoché impossibili (“congelate”) a temperatura ambiente avvengono velocemente a temperature superiori.

È forse il caso di riprendere qui il discorso sui numeri. In tutte le applicazioni viste della quantizzazione giocano un ruolo essenziale i confronti fra alcuni valori numerici, magari anche solo come ordini di grandezza. Ad esempio, che l'idrogeno sia trasparente nel visibile (a temperatura ambiente) dipende dal fatto che quasi tutti gli atomi si trovano nello stato fondamentale, il che a sua volta accade — come abbiamo già visto — perché la distanza del primo livello eccitato è 300 volte maggiore dell'energia cinetica media degli atomi. I numeri in sé sono “casuali,” nel senso che non hanno nessuna particolare necessità fisica (ad es. la temperatura dipende solo dal fatto che ci troviamo su di un dato pianeta, a una certa distanza da una particolare stella; anche se i fautori del principio antropico qui probabilmente avrebbero da obiettare . . .). Tuttavia fatti assolutamente fondamentali del nostro ambiente, come la trasparenza dell'atmosfera, dipendono in modo essenziale da quei particolari numeri; e lo stesso accade, come abbiamo visto, per la stessa possibilità di successo del modello di gas a punti materiali, ecc.

3. Leggi di propagazione

Occorre ora discutere una questione lasciata da parte all'inizio: sebbene il carattere corpuscolare della radiazione sia un fatto, esso sembra incompatibile

non solo con la teoria di Maxwell, ma anche con altri fatti: quelli che “provano” il carattere ondulatorio della radiazione. Per di più lo stesso problema si presenta in altri casi: gli elettroni appaiono, alla luce dei primi esperimenti, come corpuscoli descritti dalla meccanica classica, ma esistono fatti che ne mostrano un “comportamento ondulatorio.” In realtà, una volta chiariti gli aspetti quantitativi, cioè gli ordini di grandezza dei parametri rilevanti in ciascun caso, un tale comportamento “duale” risulta un fatto universale.

Osserviamo di passaggio (ma si tratta di un’osservazione essenziale per il seguito) che la propagazione rettilinea della luce è spiegata nel modo più naturale dall’ipotesi dei fotoni; anzi è proprio per questa ragione che storicamente i primi modelli fisici della luce sono stati corpuscolari, e sono stati abbandonati solo quando sono apparsi incompatibili con altre proprietà della luce.

La linea che stiamo qui proponendo ripercorre (molto col senno di poi!) la stessa strada, in quanto ci sembra la più efficace e la più scevra di pericoli. Perciò, dopo aver rinforzato la validità dell’idea dei fotoni, è il momento di presentare le “proprietà ondulatorie” come *fatto sperimentale*, basandosi su esperimenti di riflessione e d’interferenza. Per le ragioni già ricordate all’inizio, è qui particolarmente importante evitare termini e considerazioni che possano indurre falsi problemi filosofici, quali un presunto “ruolo dell’osservatore” e simili.

3.1. *Esperimenti con il FM*

Un buon punto di partenza si ottiene con l’impiego di un FM (era anche in vista di ciò, che abbiamo introdotto questo dispositivo già a proposito dell’effetto fotoelettrico). Sappiamo che a forti intensità di luce il FM può essere visto come un misuratore d’intensità: fornisce una corrente proporzionale all’intensità della radiazione. A bassi livelli invece il FM dà impulsi discreti, idealmente uno per ciascun fotone assorbito. Disponendo di più FM situati in punti diversi, e illuminati da una stessa sorgente (debole) si può anche constatare che i fotoni arrivano a un solo FM per volta (coincidenze a parte). Questo fatto è mostrato ad es. nel già citato film “I fotoni.”

È molto istruttivo impiegare un FM per studiare la riflessione parziale della luce. Il fenomeno è ben noto già all’esperienza comune: se in un locale c’è una lampada accesa, chi sta nella stanza può vedere la sua immagine riflessa nel vetro di una finestra, e allo stesso tempo chi sta fuori vede la lampada attraverso il vetro. Ciò significa che parte della luce della lampada si riflette verso l’osservatore interno, e parte attraversa il vetro e arriva a quello esterno. (È appena il caso di ricordare che stiamo seguendo da vicino la presentazione data da Feynman in [2].)

Usando come rivelatori, invece degli occhi degli osservatori, due FM, si constata che dei fotoni emessi dalla lampada alcuni si riflettono sul vetro, e altri (la maggior parte: circa il 92% a incidenza normale) lo attraversano. Inoltre la “scelta” fra i due comportamenti appare casuale.

Si può fare l'ipotesi che ci siano due specie di fotoni: una che “preferisce” riflettersi e una che invece passa oltre. Chiamiamoli rispettivamente fotoni R e fotoni T. Se così fosse, i fotoni riflessi sarebbero tutti di tipo R, e incontrando una seconda lastra dovrebbero riflettersi tutti. Ma ciò non accade: in un esperimento di riflessione multipla la proporzione fra fotoni riflessi e trasmessi resta la stessa in ogni riflessione. Siamo quindi costretti ad ammettere che un fotone “sceglie” in modo casuale che cosa fare, e c’imbattiamo qui in un primo esempio di comportamento “strano” di queste particelle. Non ci resta che concludere che la riflessione di un fotone è un evento intrinsecamente casuale, e che si deve quindi parlare di *probabilità di riflessione* per un fotone, che risulta uguale a 0.08 nelle nostre condizioni.

Prima di fare il secondo passo, è bene osservare che nel caso di una lastra le riflessioni sono in realtà due, sulle due facce: lo si può verificare direttamente, se la lastra è spessa, per il fatto che le immagini riflesse sono sdoppiate. Dunque su ciascuna faccia la probabilità di riflessione è solo 0.04, e non 0.08 (le riflessioni multiple hanno intensità molto minori, e possono essere trascurate).

Il secondo passo annunciato non è altro che l'interferenza nelle lamine a facce parallele, ma non verrà descritta con queste parole. Ci limiteremo a ripetere l'esperimento di riflessione parziale con lastre “speciali” (è meglio non dire all'inizio in che cosa sono speciali), per scoprire che la percentuale di fotoni riflessi può variare, a seconda della lastra usata, da 0 al 16%! Il rompicapo è costituito soprattutto dallo 0: infatti ciò significa che un fotone, quando incontra la prima faccia della lastra, deve “decidere” di non riflettersi *a causa della presenza della seconda faccia*, che non ha ancora raggiunto.

Approfondendo il discorso si scopre quanto segue:

- a) l'esperimento riesce solo se le lastre hanno le facce molto lisce e ben parallele
- b) la probabilità di riflessione sulla lastra dipende dallo spessore s , secondo una legge sinusoidale:

$$p = \bar{p}(1 - \cos ks)$$

se $\bar{p} = 0.08$ è il valore trovato nel primo esperimento, dove non si erano usate lastre speciali; k è una costante (ovviamente legata alla lunghezza d'onda della luce, ma non è utile né necessario dirlo ora).

Un breve commento a carattere sperimentale: è didatticamente più efficace presentare gli esperimenti per mezzo di FM e di sorgenti a bassa intensità, perché così resta sempre ben fermo che il comportamento “strano” è dei singoli fotoni. Però gli esperimenti fatti in questo modo sono tutt'altro che semplici, ed è molto probabile che ci si debba ridurre a descriverli come esperimenti ideali (a meno che non si riesca a preparare qualche sussidio su film o videocassetta che presenti un esperimento vero). Volendo dare al discorso una base sperimentale concreta, si potrà ricordare che se si usa luce più intensa e un rivelatore lineare (ad es. un fototransistor) si conta ugualmente il numero di fotoni attraverso la corrente.

Ciò posto, ci si riconduce a eseguire classici esperimenti d'interferenza, oggi assai facili usando come sorgente un laser.

Gli esperimenti d'interferenza su lastra hanno lo scopo di mettere in evidenza, in una situazione piuttosto semplice e vicina a quelle della vita quotidiana, il comportamento “strano” dei fotoni. Per arrivare a un tentativo d'interpretazione teorica occorre però prendere un'altra strada.

3.2. *Gli esperimenti di Young e Taylor con i fotoni*

Se si ripete lo storico esperimento di Young usando un FM come rivelatore, si trova che ad alte intensità il comportamento della luce riproduce quello di un'onda classica (come lo si può vedere ad es. con un ondoscopio): si ha interferenza, ossia l'effetto sul rivelatore con i due fori aperti non è additivo in termini d'intensità.

Per maggior chiarezza, riassumiamo il risultato di un esperimento “alla Young” eseguito in un ondoscopio. Se cominciamo l'esperimento tenendo aperto un solo foro, vediamo che l'onda che lo attraversa si sparpaglia (diffrazione) e raggiunge tutti i punti dello schermo, con ampiezza poco diversa da punto a punto. Quando si lasciano aperti entrambi i fori, si ha un risultato a prima vista molto diverso: le ampiezze nei vari punti dello schermo variano regolarmente, alternandosi tra un massimo e un minimo. Se però si considerano le ampiezze delle due onde diffratte, si vede che in realtà coi due fori aperti queste si sommano (*principio di sovrapposizione*).

Più esattamente: per calcolare l'ampiezza dell'onda in un punto dello schermo occorre tener presente che l'onda emessa dalla sorgente può arrivare in quel punto lungo due strade diverse (passando per il primo o per il secondo foro). A ciascuna delle due strade corrisponde un' *ampiezza* e una *fase*, e l'effetto complessivo si ottiene sommando le due ampiezze, ciascuna con la sua fase. L'intensità dell'onda risultante è proporzionale al quadrato dell'ampiezza. Misurando l'intensità in diversi punti si ottiene una figura d'interferenza, dovuta alle diverse fasi con cui le due onde arrivano, causa il diverso cammino; l'analisi della figura d'interferenza permette di misurare come la fase dipende dal cammino, ossia di misurare la *lunghezza d'onda*, definita come il cammino lungo il quale la fase varia di 2π .

L'esperimento eseguito con la luce e un FM dà esattamente lo stesso risultato, ed è per questo motivo che riesce naturale attribuire carattere ondulatorio alla luce. Occorre però tener presente che in realtà, fino a questo punto, si tratta solo di un'analogia (per quanto profonda). L'affermazione “la luce consiste di onde” acquista vero significato fisico solo con la teoria di Maxwell, che inquadra la luce nel contesto generale delle onde e.m., previste dalla teoria.

Se si ripete l'esperimento a bassa intensità (Taylor) è possibile contare i singoli impulsi, cioè registrare l'arrivo di ciascun fotone, confermando anche in questo caso il carattere corpuscolare della radiazione; tuttavia la distribuzione

dei conteggi riproduce la figura d'interferenza classica. (Questo esperimento è mostrato nel film PSSC "Interferenza dei fotoni.") Siamo dunque costretti ad attribuire in qualche modo un'ampiezza *al singolo fotone*. Occorrerà trovarne le leggi, e ricavarne previsioni da confrontare con altri esperimenti.

Già l'esperimento di Young–Taylor consente però di ricavare una prima legge sperimentale: misurando la lunghezza d'onda (definita operativamente nel modo visto sopra) e l'energia dei fotoni (ad es. dall'effetto fotoelettrico) si vede che tra le due grandezze esiste una semplice relazione: $\varepsilon = hc/\lambda$. Se è stato trattato l'effetto Compton si è già visto che i fotoni trasportano anche impulso, e si può scrivere la relazione di de Broglie. Abbiamo così risolto il dubbio visto in precedenza: la relazione di Einstein (espressa in termini di lunghezza d'onda) viene stabilita fra grandezze misurabili in esperimenti *che coinvolgono singoli fotoni*, e senza bisogno di avere alle spalle un'esplicita teoria ondulatoria.

L'esperimento ci obbliga inoltre a reinterpretare la relazione fra intensità e numero di fotoni. Poiché la figura d'interferenza si forma anche con un fotone per volta, ciò vuol dire che per ciascun fotone, *indipendentemente dagli altri*:

- esiste una ben definita probabilità di raggiungere il rivelatore: probabilità che si misura dividendo il numero di fotoni rivelati per il numero totale di fotoni emessi
- tale probabilità *non è additiva*, mentre la corrispondenza con l'interferenza delle onde suggerisce che sia additiva una qualche *ampiezza*, per ora non meglio definita.

Cominciamo quindi a vedere che il comportamento probabilistico e l'esistenza di un'ampiezza che obbedisce a un principio di sovrapposizione sono caratteristiche essenziali di queste nuove particelle, che abbiamo chiamate fotoni. Dovremo ora mostrare che in realtà non si tratta affatto di peculiarità dei fotoni, ma di proprietà universali, di qualsiasi tipo di particelle conosciute.

3.3. Esperimenti con gli elettroni

Gli esperimenti di diffrazione sono ben noti, e storicamente importanti (Davisson e Germer); degli esperimenti esistono anche versioni didattiche, anche se piuttosto costose. Non è però certo che siano un punto di partenza veramente efficace, perché l'interpretazione di quello che si vede non è molto semplice.

Conviene perciò partire da un esperimento alla Young (ideale): anche in questo caso il conteggio coi due fori aperti *non è additivo*. L'esperimento mostra invece una figura d'interferenza, e quindi porta a introdurre anche per gli elettroni, come già per i fotoni:

- a) l'idea di una *probabilità* di rivelazione
- b) l'idea di un' *ampiezza* di propagazione, che segue un principio di sovrapposizione.

Sebbene l'esperimento descritto sia ideale, occorre mettere bene in evidenza che questi sono *fatti sperimentali* (esperimenti analoghi, anche se più complessi, sono

stati fatti realmente [8]): non è dunque questione d'interpretazione più o meno soggettiva, d'influenza dell'osservatore, ecc.

Ovviamente a questo punto si farà notare che anche per gli elettroni gli esperimenti d'interferenza permettono la misura della lunghezza d'onda, e che vale ancora la relazione di de Broglie.

Per gli elettroni, che siamo abituati a pensare come particelle classiche (ossia come piccolissime palline), sorge spontaneo il problema: da quale foro passa il singolo elettrone? Se s'introduce nell'apparato sperimentale un congegno capace di rivelare il passaggio degli elettroni, l'esperimento mostra che ogni singola particella passa o da uno o dall'altro foro; ma in queste condizioni il risultato dei conteggi diventa additivo, senza più traccia d'interferenza. La cosa non è strana: abbiamo modificato il dispositivo sperimentale, e quindi le sue interazioni con gli elettroni. È questo il senso della *complementarità* di Bohr, sfrondata di connotazioni soggettive.

Sappiamo che la ragione del diverso risultato è che l'interazione rende *incoerenti* le due ampiezze, ossia distrugge la loro precisa relazione di fase, così che in termini statistici il termine d'interferenza si annulla, e si ottiene la somma delle probabilità, come ci si aspetterebbe se si trattasse non di elettroni, ma di normali proiettili macroscopici. Non è però consigliabile tentare questo grado di approfondimento nella discussione.

È invece assai opportuno accennare al fatto che esperimenti analoghi sono stati fatti con diversi tipi di particelle, tra cui interi atomi. Particolarmente importante la tecnica, relativamente recente (non più di 20 anni) degli *interferometri per neutroni*, con i quali si sono studiate le più diverse situazioni. Per fare un solo esempio, si è mostrato l'effetto, nell'esperimento d'interferenza, della forza di gravità (sul singolo neutrone!).

L'idea, ridotta all'osso, è la seguente. Se i due percorsi che il neutrone può scegliere si trovano a quote diverse, la velocità (e quindi la lunghezza d'onda) del neutrone sarà diversa nei due casi. Ruotando l'apparato si possono scambiare le posizioni dei due percorsi, e si verifica la prevista variazione nel numero di neutroni rivelati, dovuta al cambiamento nella fase relativa delle due ampiezze che si sovrappongono.

3.4. Interpretazione: l'ampiezza di propagazione

Molte cose sono già state dette: resta solo da tirare le somme, e costruire uno schema teorico che interpreti i fatti osservati. Il punto cruciale è la scoperta che il moto di una particella non può essere descritto, come dice la meccanica classica, con una traiettoria: gli esperimenti alla Young dimostrano che una particella emessa da una sorgente e raccolta da un rivelatore "usa" allo stesso tempo *tutti i percorsi possibili, ciascuno con una certa ampiezza*. Queste ampiezze debbono essere sommate, e gli esperimenti d'interferenza ci mostrano che nella somma conta una *relazione di fase*: dunque le ampiezze non sono semplici numeri reali.

Sappiamo infatti che le ampiezze sono numeri complessi: non si può evitare questa difficoltà. Per fortuna è possibile ricorrere alla rappresentazione grafica dei numeri complessi come vettori nel piano: possiamo quindi dire — ancora una volta seguendo Feynman — che l'ampiezza di propagazione di una particella è un vettore, che ruota man mano che la particella si sposta, e fa un giro completo in una lunghezza d'onda.

D'altra parte il risultato degli esperimenti di riflessione sulle lastre ci ha mostrato che le probabilità non si sommano: contro una probabilità di 0.04 per ciascuna faccia, abbiamo ottenuto fino a 0.16 per la lastra. La spiegazione è assai semplice, se si assume che la probabilità sia proporzionale al *quadrato del modulo* del vettore ampiezza: se per una faccia l'ampiezza ha modulo 0.2 il suo quadrato è proprio 0.04; ma se sommiamo i due vettori, a seconda del loro angolo possiamo avere per il modulo della somma qualunque numero fra 0 e 0.4, il cui quadrato è 0.16, concordemente al risultato sperimentale.

Si capisce anche perché la probabilità risultante dipenda dallo spessore: il fatto è che il cammino che corrisponde alla riflessione sulla faccia posteriore è più lungo per un tratto $2s$, e l'angolo φ fra le due ampiezze sarà perciò proporzionale a s . Se poniamo $\varphi = ks$ e calcoliamo il quadrato del modulo della somma, ritroviamo proprio l'andamento ottenuto per via sperimentale.

Nota: Va detto per onestà che il risultato sperimentale si ottiene solo se si aggiunge un'altra condizione: che in una delle due riflessioni l'ampiezza s'inverta (la teoria e.m. c'insegna che questo accade nella prima riflessione).

3.5. Il calcolo delle ampiezze

Abbiamo dunque a che fare con un "calcolo delle ampiezze," che va condotto secondo regole precise: occorre cioè dare un insieme di postulati per questo calcolo. Li elenchiamo qui di seguito in forma semplificata.

- a) Ogni particella parte dalla sorgente con un'ampiezza, che è un vettore (n. complesso) di modulo 1 e direzione che possiamo assumere convenzionalmente verticale.
- b) Quando la particella si propaga la sua ampiezza ruota (conv. in senso orario) di un angolo proporzionale al percorso fatto. Il tratto in cui l'ampiezza ruota di 2π è la *lunghezza d'onda* $\lambda = h/p$.
- c) *Principio di sovrapposizione.* Quando la particella ha diverse strade per andare dalla sorgente al rivelatore, l'ampiezza finale è la *somma vettoriale* delle ampiezze per le diverse strade.
- d) La probabilità che una particella arrivi al rivelatore è data dal *quadrato del modulo dell'ampiezza*.

Le semplificazioni cui abbiamo accennato sono diverse. La più importante è che abbiamo trascurato la variazione del modulo dell'ampiezza con la distanza dalla sorgente: la ragione è che nei casi che c'interessano questa variazione non ha influenza significativa. Abbiamo poi trascurato di parlare di spin, ossia di stati

di polarizzazione: la giustificazione è didattica, ma non solo, dato che spesso lo spin ha poca influenza sulla propagazione delle particelle. Su questo aspetto dovremo tornare in seguito.

Non è difficile verificare che queste poche regole permettono di spiegare tutte le “stranezze” di cui abbiamo parlato, e in generale inquadrano tutta la fenomenologia conosciuta. In effetti si tratta di una riformulazione, alla maniera della “somma sui cammini” o *path integral* di Feynman, della tradizionale meccanica quantistica.

Volendo applicare il calcolo delle ampiezze agli esperimenti con i fotoni di cui abbiamo trattato, riesce utile aggiungere alcune regole supplementari, valide solo per i fotoni:

- e) Per i fotoni la rotazione dell’ampiezza è anche proporzionale al tempo; il tempo in cui l’ampiezza ruota di 2π è il *periodo*, e il suo inverso è la *frequenza* ν del fotone. Poiché per un fotone nel vuoto $\varepsilon = cp$, ne segue $\varepsilon = h\nu$.
- f) Quando un fotone si riflette alla superficie di separazione fra due mezzi trasparenti, il modulo della sua ampiezza si riduce di un fattore caratteristico dei due mezzi, che vale circa 0.2 nel caso aria-vetro. Inoltre l’ampiezza cambia verso se il fotone viene da un mezzo meno rifrangente.
- g) Quando invece il fotone attraversa la superficie, la sua ampiezza si riduce di un fattore che vale circa 0.98 nel caso aria-vetro (notare che la somma dei quadrati dei due fattori è 1).

Prima di proseguire il discorso sono opportuni alcuni commenti. Sebbene ampiezza e fase siano idee che nel pensiero fisico si associano tradizionalmente ai fenomeni ondulatori, è meglio non parlare di “onda associata alla particella.” In tal modo si evitano i problemi (o meglio i falsi problemi) connessi al “dualismo onda-corpuscolo.” È per questo motivo che in precedenza la parola “ondulatorio” è apparsa frequentemente tra virgolette, al fine di segnalarne un uso non del tutto appropriato. Del resto le espressioni virgolettate in questo capoverso possono essere viste più che altro come residui storici; basti pensare che nessun fisico che si occupa di elettroni, protoni, quarks . . . usa mai nella sua pratica quotidiana termini connessi al supposto dualismo: tutte le entità citate si chiamano sempre e soltanto “particelle.”

Quello di cui non si può fare a meno è la variazione della fase lungo il cammino della particella. È abituale chiamare “lunghezza d’onda” la misura del tratto nel quale la fase varia di 2π ; si potrebbe forse inventare un altro nome, ma non si risolverebbe gran che: resterebbe comunque la necessità di citare, se non altro per ragioni storiche, la relazione di de Broglie nella forma classica.

Per concludere questa parte rimangono tre cose:

- spiegare il comportamento corpuscolare “classico” nelle condizioni macroscopiche;
- mostrare le conseguenze delle nuove idee;

- spiegare perché, e in che senso, un insieme di fotoni si comporta come un'onda classica.

Il primo punto non pone grandi problemi: ci si può limitare a osservare che gli effetti d'interferenza per un oggetto macroscopico sono invisibili a causa della piccolissima lunghezza d'onda. La propagazione rettilinea merita però una discussione più approfondita, che si trova nel paragrafo che segue. Al secondo punto sono dedicati i successivi paragrafi, mentre il terzo verrà discusso in 3.9.

3.6. *La propagazione rettilinea e la relazione d'indeterminazione*

Il problema della propagazione rettilinea consiste in questo: se la propagazione di una particella dalla sorgente al rivelatore si descrive con un'ampiezza, quando gli elettroni (o i fotoni) attraversano un foro quest'ampiezza — e quindi la probabilità di rivelare la particella — non sarà mai nulla, anche in un punto non allineato con la sorgente e il foro. Stando così le cose, come si spiega la propagazione rettilinea?

Naturalmente stiamo parlando della diffrazione, ma in forma capovolta rispetto alla presentazione tradizionale: la cosa da spiegare non è perché ci sia la diffrazione, ma al contrario perché essa non sia dominante in ogni situazione.

La soluzione più semplice è di far ricorso di nuovo a un calcolatore: non a scopo di simulazione, bensì di calcolo numerico. Non è affatto difficile calcolare l'ampiezza per diverse geometrie, e dimostrare che l'angolo di diffrazione è dell'ordine del rapporto fra lunghezza d'onda e dimensioni del foro. Non solo: si può anche far capire perché questo accade: sommando le ampiezze di propagazione per diversi punti del foro si vede che solo vicino alla propagazione rettilinea le fasi sono pressoché uguali, in modo che le ampiezze si sommano costruttivamente.

In maniera perfettamente analoga si spiega anche la legge della riflessione: in vicinanza del cammino corrispondente al raggio riflesso previsto dall'ottica geometrica, il cammino varia di poco (questo non è altro che il principio di Fermat). Di conseguenza anche qui le ampiezze si sommano in fase, mentre quelle corrispondenti a cammini molto diversi tendono a cancellarsi.

Dalla diffrazione attraverso un foro alla relazione d'indeterminazione il passo è breve. Com'è noto, siamo sul terreno d'elezione di molte speculazioni filosofiche, e basterebbe questo per essere molto prudenti nel parlarne. Si sarà osservato l'uso del termine “relazione” al posto del più tradizionale “principio”: ciò allo scopo di mettere in evidenza:

- a) che non si tratta di un postulato indipendente;
- b) che esso ha un significato oggettivo, esprime una proprietà della materia, e non dipende dall'osservatore.

(Non è forse inutile osservare che il termine “indeterminazione” si è affermato solo in italiano: il termine originario di Heisenberg era “Unsicherheit,” che in inglese è divenuto “uncertainty,” e in francese “incertitude”; parole tutte che si traducono “incertezza.”)

È ben noto il ruolo centrale che la relazione d'indeterminazione ha avuto nella storia della meccanica quantistica e nelle discussioni sulla sua interpretazione. Inoltre è vero che ancor oggi nella pratica fisica ci si può fare ricorso come scorciatoia per stimare qualche effetto importante. Tuttavia per un principiante i rischi di fraintendimenti sono troppo alti rispetto alla sua utilità. Citando di nuovo Feynman:

“... Questo è un esempio del ‘principio d'indeterminazione’: c'è una specie di complementarità fra la conoscenza del punto preciso in cui la luce attraversa il foro e quella della direzione in cui esce: è impossibile conoscerle esattamente entrambe. Desidero però porre il principio d'indeterminazione nella sua posizione storica: al tempo in cui le idee rivoluzionarie della fisica quantistica stavano sorgendo, gli scienziati cercavano ancora di comprenderle sulla base di idee antiquate (come quella che la luce viaggia in linea retta). Ma a un certo punto dei ragionamenti le vecchie idee finivano per cadere in difetto; fu allora escogitato un avvertimento che in pratica suonava così: ‘Le tue vecchie idee non funzionano quando ...’ Se però vi liberate del tutto delle vecchie idee, e al loro posto usate quelle che vi sto spiegando (che bisogna sommare le *freccette* per tutti i possibili modi in cui un evento può accadere) non c'è alcun bisogno del principio d'indeterminazione!” ([2] p. 55, nota; trad. del presente autore)

In conclusione, tutto quello che si può ottenere dalla relazione d'indeterminazione si può ottenere più chiaramente per altre vie. Quanto al suo valore epistemologico, sembra meglio non esagerarlo: il punto centrale della meccanica quantistica non sta tanto lì, quanto nel “calcolo delle ampiezze.”

Si trova continuamente scritto, anche da parte di fisici, che la relazione d'indeterminazione mostra che “la nostra conoscenza della natura è fondamentalmente limitata: appena ne afferriamo una parte, un'altra ci scappa tra le dita.” [9] Sembra però più corretto asserire che la descrizione newtoniana, secondo la quale lo stato di ogni corpo è definito dalla conoscenza della sua posizione e della sua velocità, ha validità approssimata, ed è praticamente utilizzabile solo su scala macroscopica. Nell'ambito microscopico invece la definizione di stato è diversa, e non permette la conoscenza simultanea di posizione e velocità. In questo non c'è niente di preoccupante, dal momento che la conoscenza dello stato quantistico permette ugualmente lo sviluppo della teoria, la previsione di fatti sperimentali, ecc. Altro discorso è quello sulla necessità che alcune previsioni abbiano carattere probabilistico: ciò non ha direttamente a che fare con la relazione d'indeterminazione.

3.7. *Gli stati stazionari*

Per comprendere la struttura degli atomi, o quanto meno per vedere come le idee fin qui sviluppate forniscano una spiegazione della quantizzazione dell'energia, bisogna passare attraverso il concetto di “stato stazionario.”

Si può capire la possibilità di stati stazionari studiando la riflessione dei fotoni su due specchi paralleli affacciati. Un fotone può andare da A a B (due punti tra i due specchi) per molte vie: in primo luogo quella diretta, ma poi tutte quelle che comportano una o più riflessioni tra i due specchi.

In generale tutti questi percorsi danno ampiezze sfasate in modo da cancellarsi a vicenda, a meno che lo sfasamento nel percorso di andata e ritorno fra i due specchi non sia multiplo di 2π , ciò che equivale a dire che la distanza tra gli specchi è multipla di mezza lunghezza d'onda. Quando ciò accade l'ampiezza si mantiene da sé senza bisogno di una sorgente, e abbiamo un moto del fotone che può durare indefinitamente: uno *stato stazionario*.

Accade in sostanza un fenomeno analogo alle onde stazionarie lungo una corda: se la frequenza delle vibrazioni è tale che il tempo impiegato dalla vibrazione ad andare e tornare fra i due estremi della corda è un multiplo del periodo, allora la vibrazione si mantiene da sé, senza bisogno di eccitazione esterna. (In pratica per la corda una piccola eccitazione esterna sarà sempre necessaria, a causa di effetti dissipativi.)

Quello che è vero per i fotoni è vero per qualsiasi tipo di particella, ad es. per gli elettroni: dunque un elettrone fra due pareti riflettenti (barriere di potenziale) può trovarsi in uno stato stazionario, ma solo per certe lunghezze d'onda, ossia — grazie alla relazione di de Broglie — per certe energie. Abbiamo così ritrovato la quantizzazione dei livelli di energia, in un caso particolare, sulla base della nuova meccanica delle ampiezze. Il fatto importante è che per questa via possiamo veramente calcolare le energie di tutti i livelli: è molto istruttivo far vedere i valori che risultano a seconda della distanza delle due pareti, e in particolare che se la distanza è dell'ordine delle dimensioni di un atomo i livelli energetici più bassi sono distanziati di qualche eV.

S'intende che un atomo non è una scatola a pareti riflettenti: è l'attrazione elettrostatica del nucleo che trattiene l'elettrone e lo fa andare avanti e indietro. Non è però facile estendere il calcolo alla vera situazione di un atomo: sebbene il problema fisico sia lo stesso, la matematica è molto più complicata (equazione di Schrödinger). Non è comunque il caso di trattare — come talvolta si fa — gli stati stazionari dell'atomo d'idrogeno come onde stazionarie su di un'orbita circolare: si tratta di un procedimento contraddittorio, che può generare confusioni.

3.8. *L'interpretazione probabilistica*

Il ragionamento che ha portato agli stati stazionari fornisce anche l'ampiezza punto per punto tra i due specchi: come per l'onda stazionaria sulla corda, si trova un andamento sinusoidale. Se dunque montiamo sul nostro sistema una schiera di rivelatori di elettroni, essi forniranno per ogni singola particella un risultato determinato (l'elettrone si trova in un certo posto); ma se ripetiamo la misura per molti elettroni troveremo una distribuzione statistica, con una densità di probabilità proporzionale al quadrato dell'ampiezza dell'onda. Questa è la classica interpretazione di Born, che collega l'ampiezza ottenuta dal "calcolo delle

ampiezze” (o dalla risoluzione di un’equazione di Schrödinger) alla probabilità di trovare la particella in uno dei punti in cui l’ampiezza calcolata è diversa da zero.

Potrebbe essere il caso di osservare a questo punto che la discussione sull’interpretazione della meccanica quantistica non si è mai chiusa, ma che fino ad oggi tutte le prove sperimentali — anche quelle sugli aspetti più “paradossali,” come la non località, ossia l’apparente azione a distanza delle osservazioni su particelle in stati correlati (v. ad es. [10]) — hanno dato esito favorevole.

3.9. *Rapporti con l’elettromagnetismo classico*

Non è possibile eludere del tutto un problema: in molte situazioni sperimentali la radiazione e.m. è descritta adeguatamente dalla teoria di Maxwell, che attribuisce significato ai campi elettrico e magnetico e alla propagazione di quei campi per onde. È un fatto che si può misurare ampiezza e fase di tali onde, e non solo la loro intensità: ad es. questo accade, nell’ambito delle tecniche radio, quando si osserva con un oscilloscopio la corrente indotta da un’onda e.m. in un’opportuna antenna.

Se si guardano i dati quantitativi, si scopre che in tali situazioni si ha sempre a che fare con numeri assai grandi di fotoni: perciò il comportamento ondulatorio classico risulta una *proprietà dell’insieme di molti fotoni*, e non del singolo fotone.

È per questo motivo che non appare corretto asserire, come talvolta si legge, che il campo e.m. vada considerato come la “funzione d’onda” del fotone. A tale interpretazione si oppongono difficoltà profonde — connesse col problema di dare una definizione corretta di funzione d’onda per particelle di massa nulla e spin 1, come sono i fotoni — che non sarebbe possibile neppure accennare al livello di approfondimento tecnico di cui qui si tratta; ma soprattutto c’è il fatto essenziale che il campo e.m. ha caratteri di “osservabilità” che non sono propri di una funzione d’onda.

Dunque le cose si complicano: abbiamo qui a che fare con fenomeni come la coerenza nell’emissione indotta, e più in generale col fatto che i fotoni sono bosoni. In sostanza, la connessione fra la meccanica quantistica della singola particella fotone e la teoria e.m. classica si realizza solo nell’ambito di una teoria quantistica del campo e.m., ossia a un livello molto superiore a quello di cui qui ci si sta occupando. Appare perciò consigliabile non sollevare il problema, e alla peggio ricorrere alla solita scappatoia: “andando più a fondo, si può dimostrare che . . .” Del resto non c’è niente di male a ricordare che non si può capire tutto subito.

4. **Conseguenze, applicazioni, problemi aperti**

È indispensabile trattare alcune conseguenze e applicazioni, oltre quelle già viste: il problema è solo quello della scelta. Ecco un paio d’idee:

- Usare la relazione d'indeterminazione, se è stata introdotta, per stimare l'energia dello stato fondamentale dell'atomo d'idrogeno (a questo abbiamo già accennato). L'importanza sta nel fatto che si ottiene, a meno di un fattore numerico, la corretta dipendenza dalle costanti fondamentali.
- Calcolo analogo per un nucleo (serve a spiegare il salto di qualche ordine di grandezza, già ricordato, fra le energie atomiche e quelle nucleari).
- Effetto tunnel (trattato qualitativamente) come conseguenza delle proprietà dell'ampiezza: un'applicazione recente è quella delle reazioni chimiche a bassa temperatura [11]. C'è però un problema: come si fa a giustificare l'estrapolazione della relazione di de Broglie a valori immaginari dell'impulso, e a darne la corretta interpretazione matematica?

Sembrirebbe naturale discutere come applicazione la struttura degli atomi e il sistema periodico, ma a questo ostano molte difficoltà: non si vede come dare una giustificazione accettabile dei vari numeri quantici, degenerazioni, ecc.; c'è il problema di spiegare lo spin; il principio di formazione è tutt'altro che semplice (forse impossibile senza l'intero apparato della meccanica quantistica). È già spiacevole che molti testi di chimica “strapazzino” tutto l'argomento, e non è il caso d'incoraggiare questo costume di dare una serie di precetti incomprensibili, che non lasceranno alcuna traccia educativa.

È però giusto riconoscere che se non riusciamo a dare una soluzione soddisfacente a questo problema ci troviamo obbligati a rinunciare non solo alla struttura degli atomi e alle connessioni con la chimica, ma anche a dare le idee di base della struttura dei solidi (e in particolare dei semiconduttori); a meno di non ricorrere anche qui a regolette dogmatiche per trattare di bande di valenza e di conduzione, di livelli di accettori e donatori, ecc. Si tratta di una rinuncia grave, che non può essere fatta senza meditarla a fondo; ma neppure una soluzione quale che sia, della quale non siano state valutate motivazioni e conseguenze didattiche, potrebbe essere accettata.

Al momento non vedo di meglio che segnalare il problema come oggetto di ricerca, osservando però che occorrerebbe anzitutto chiarezza sugli obiettivi. Infatti sia la maggiore o minore urgenza di affrontare certi argomenti, sia la maggiore o minore accettazione di regole poco comprensibili, dipendono in larga misura da ciò che ci si propone come obiettivo dell'insegnamento della fisica quantistica.

Schematizzando due visioni estreme, abbiamo da un lato un obiettivo “applicativo,” dove non conta tanto la comprensione di base, quanto il possesso di alcune nozioni (o forse solo di un vocabolario) su cui sia possibile poggiare un bagaglio di conoscenze tecniche. Dall'altro c'è invece l'enfasi sulla fisica moderna come contributo a una diversa visione del mondo, nell'ambito scientifico ma non solo; e allora la quantità delle nozioni passa in secondo piano rispetto alla solidità dei concetti di fondo. È chiaro che in questo modo ho rappresentato l'attuale dicotomia di obiettivi fra “istituti tecnici” e “licei.” Il fatto che nella scuola fu-

tura tale dicotomia dovrebbe (?) scomparire, in favore di un' "integralità" della formazione (il termine è preso dalle premesse ai programmi Brocca del triennio) rende solo più grave il problema: non lo si potrà più risolvere nella pratica tenendo distinte e non comunicanti le due strade, ma si dovrà farle incontrare, e non sembra che la soluzione sia a portata di mano.

Prerequisiti

L'introduzione di un importante tema, come la fisica quantistica, nell'insegnamento secondario, non può avvenire per semplice aggiunta: tutto il curriculum di fisica, sia come contenuti sia come approccio, ne viene influenzato. Poiché sarebbe troppo lungo discutere a fondo il problema, per il quale del resto non sono ancora disponibili soluzioni certe, ci limitiamo a un aspetto semplificato: quello dei prerequisiti. Elenchiamo pertanto qui di seguito quelli che appaiono i prerequisiti minimi per una trattazione della fisica quantistica secondo la linea qui proposta. È doveroso avvertire che l'elenco è probabilmente incompleto.

Per 1.1: Dovranno essere state premesse le idee sulla struttura atomica (elettroni, modello di Rutherford, ordine di grandezza delle dimensioni). Occorre inoltre aver trattato il modello atomico dei gas, le unità di misura in uso nell'argomento, l'energia meccanica ed elettrostatica, la quantizzazione della carica.

Per 1.2: Oltre a gran parte dei temi precedenti, c'è bisogno delle onde e.m. e della natura e.m. della luce; degli aspetti energetici. Sarà pure utile una qualche conoscenza di circuiti elettrici e relativi strumenti di misura.

Per 1.3: Gas, atomi e ioni; analisi spettrale, spettri di righe.

Per 2: Concetto di probabilità, fluttuazioni statistiche, teoria cinetica dei gas, calori specifici, equipartizione dell'energia all'equilibrio.

Per 3: Per tutto questo capitolo i prerequisiti essenziali stanno nella fisica delle onde, soprattutto interferenza e onde stazionarie; non tanto perché siano veramente necessari, quanto perché danno un riferimento di fatti e idee che possono far risparmiare parecchio tempo.

Bibliografia

- [1] E. Fabri: *La Fisica Quantistica nella Scuola Secondaria: proposte e problemi*; Atti del VI Convegno del GNDF, 99 (1988).
- [2] R. P. Feynman: *Q E D — The Strange Theory of Light and Matter* (Princeton 1985, trad. ital. Adelphi).
- [3] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: *The Feynman Lectures in Physics* vol. 3 (Addison–Wesley 1965).
- [4] R. P. Feynman: *Quantum Electrodynamics* (Benjamin 1962).
- [5] R. P. Feynman: *The Theory of Fundamental Processes* (Benjamin 1962).
- [6] R. P. Feynman, A. R. Hibbs: *Quantum Mechanics and Path Integrals* (McGraw–Hill 1965).
- [7] A. Einstein, *Ann. d. Physik* **17**, 549 (1905); trad. ital. in *La teoria dei quanti di luce* (a cura di A. Hermann), (Newton Compton 1975).
- [8] P. G. Merli, G. F. Missiroli, G. Pozzi, *Giornale di Fisica* **17**, 83 (1976).
- [9] J. Horgan: *Sc. Am.* **267**, n. 1, 72 (1992).
- [10] R. Y. Chiao, P. G. Kwiat, A. M. Steinberg: *Sc. Am.* **269**, n. 2, 38 (1993).
- [11] V. I. Goldanskij: *Sc. Am.* **254**, n. 2, 38 (1986).