

## G3. I pianeti

### Sole e pianeti: periodi sinodici

I pianeti visibili a occhio nudo e perciò noti dall'antichità sono cinque: Mercurio ♿, Venere ♀, Marte ♂, Giove ♃, Saturno ♄. I primi due sono detti *pianeti interni* (dagli antichi: inferiori) gli altri tre *esterni* (superiori). A parte la motivazione del nome, su cui torneremo, la differenza di comportamento è la seguente: i pianeti interni non si allontanano mai dal Sole più di un certo angolo (*elongazione massima*: 28° per ♿, 47° per ♀), mentre i pianeti esterni possono anche trovarsi all'*opposizione*, cioè — detto in modo approssimato — passare al meridiano a mezzanotte.

*Nota*: Attualmente, per ragioni sia meccaniche sia di costituzione fisica, è invalso l'uso d'includere anche Marte fra i pianeti interni. Poiché a noi interessa in primo luogo il moto dei pianeti, non ci conformeremo nel seguito a tale uso; era però necessario mettere sull'avviso il lettore.

Seguendo il moto dei pianeti sulla sfera celeste si vedono delle caratteristiche comuni a tutti. In fig. G3-1, a pagina seguente, è riportato il moto di Giove negli anni dal 1997 al 2001: si osservi l'alternanza di moto diretto e retrogrado, con prevalenza del diretto; e la ripetizione regolare dei cicli, secondo il *periodo sinodico* del pianeta (v. la tabella qui sotto).

<i>Pianeta</i>	<i>Per. sin. (d)</i>	<i>Pianeta</i>	<i>Per. sin. (d)</i>
♿	116	♂	780
♀	584	♃	399
		♄	378

Al centro del moto retrogrado si ha sempre un'opposizione per i pianeti esterni, una *congiunzione* (inferiore) per quelli interni. Per tutti i pianeti il moto si svolge sempre vicino all'eclittica, nella fascia delle dodici costellazioni classiche, detta *Zodiaco*.

A causa della ridotta elongazione dal Sole i pianeti interni sono visibili solo poco prima dell'alba o poco dopo il tramonto; ciò rende particolarmente difficile l'osservazione di Mercurio. Per lo stesso motivo non è facile scoprire l'identità di un pianeta visibile al mattino in una certa fase del suo ciclo, con lo stesso pianeta visibile alla sera in un'altra fase; in effetti Mercurio e Venere erano originariamente sdoppiati ciascuno in una "stella del mattino" e in una "stella della sera": *Lucifero* ed *Espero* per Venere, *Apollo* e *Mercurio* per Mercurio.

### Il sistema solare nell'antichità

La comprensione dei moti del sistema solare ha richiesto uno sforzo di oltre 2000 anni, dai pitagorici a Newton: vediamone in sintesi le tappe principali.

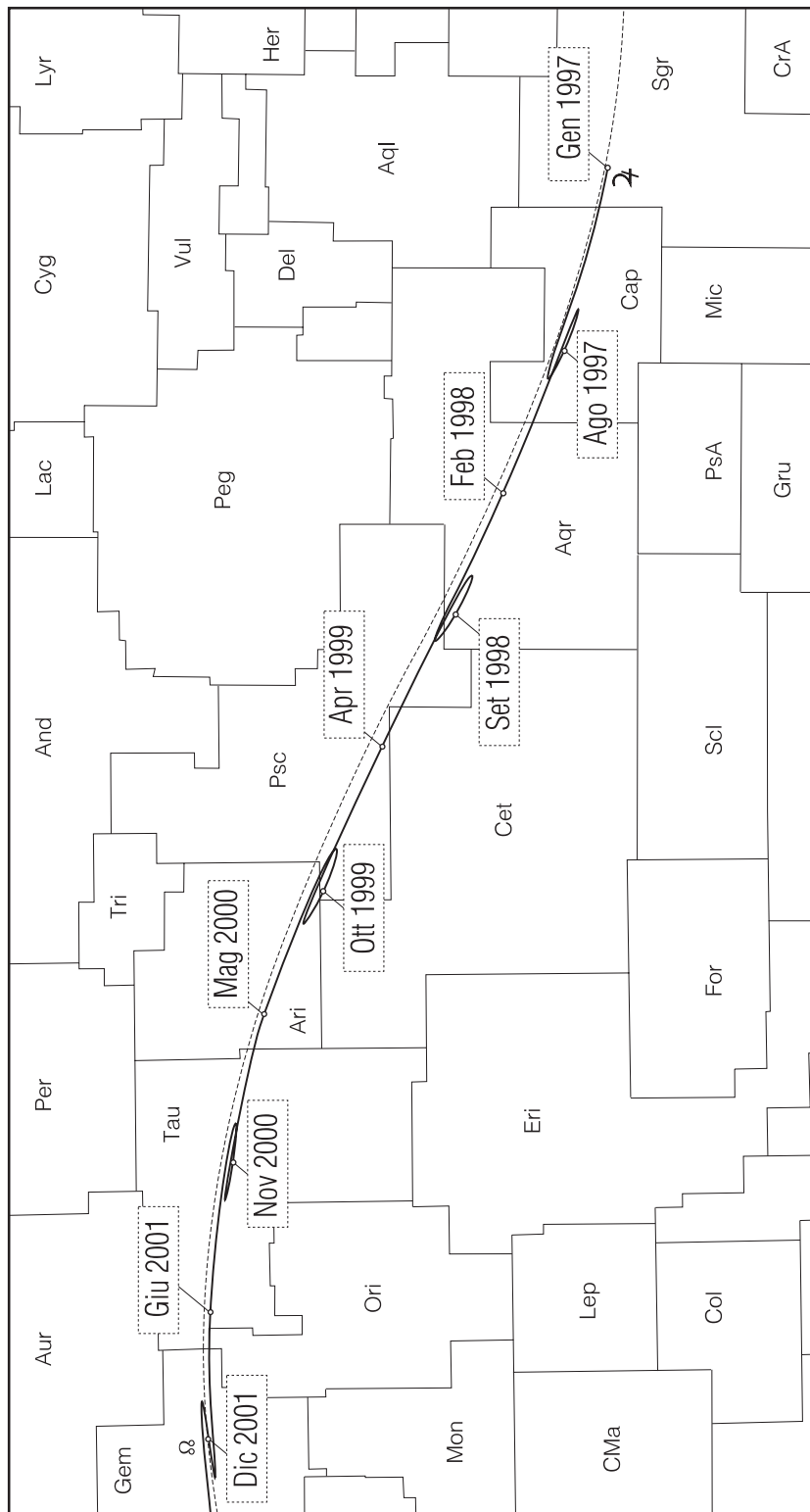


Fig. G3-1

Si attribuisce a *Pitagora* (~ 530 a.C.) l'idea d'interpretare i moti dei corpi celesti mediante la rotazione di sfere: una per le stelle, una per il Sole, altre per la Luna e i pianeti. La sfera delle stelle ruota in senso retrogrado in un giorno siderale attorno all'asse polare. Se s'impennano le sfere del Sole e dei pianeti su quella delle stelle, nei poli dell'eclittica, e le si fa ruotare in senso diretto, si approssima discretamente il moto del Sole ma manca il moto retrogrado dei pianeti.

*Eudosso* (~ 370 a.C.) perfezionò il sistema, introducendo più sfere per ogni pianeta, con assi e velocità diverse. Con questo metodo è possibile in linea di principio descrivere qualsiasi moto, pur di usare un numero sufficiente di sfere; ma è evidente che si tratta solo di un modello matematico, senza pretesa di rappresentare la realtà. Eudosso ottenne una buona approssimazione con un totale di 27 sfere.

Sotto l'influenza di *Aristotele* (~ 340 a.C.) prende forma la dottrina della gerarchia dei cieli e della perfezione della sfera; il modello matematico si trasforma in teoria metafisica, e come tale avrà vita assai lunga.

*Eratostene* (~ 330 a.C.) dà una prima misura delle dimensioni della Terra, col metodo descritto a parte. Non ci è nota la precisione del risultato, causa l'incertezza nell'interpretazione dell'unità di lunghezza usata.

*Aristarco* (~ 240 a.C.) propone senza successo l'ipotesi eliocentrica. Misura la distanza della Luna e tenta anche quella del Sole (v. descrizione a parte).

Alla scuola di Alessandria, fondata intorno al 300 a.C., si devono importanti contributi all'astronomia. In particolare *Ipparco* (~ 140 a.C.) preparò il primo catalogo di stelle e scoprì la precessione, di cui parleremo. A lui si deve anche l'uso sistematico della trigonometria sferica.

A *Tolomeo* (~ 120 d.C.) si deve l'esame dettagliato delle osservazioni antiche, che gli consentì una più accurata descrizione del moto dei pianeti. Il suo sistema, descritto nell'*Almagesto*, rimase per lungo tempo il fondamento delle conoscenze sul sistema solare. La descrizione alessandrina del sistema solare si fonda sull'idea degli eccentrici o su quella degli epicicli, che vennero poi combinate da Tolomeo.

## **Eccentrici ed epicicli**

Il caso più semplice è quello del Sole. Le osservazioni mostrano che il moto del Sole sull'eclittica non è uniforme: più veloce in inverno, più lento in estate. Si può dare una prima spiegazione di ciò supponendo che il moto avvenga su un cerchio *eccentrico*, cioè col centro non coincidente con la Terra. Lo stesso schema viene poi adottato anche per i pianeti, con l'ipotesi addizionale che il centro del cerchio non sia fisso, ma descriva a sua volta un cerchio attorno alla Terra: in tal modo si riesce anche a ottenere il moto retrogrado (fig. G3-2). Altro schema, equivalente a quello eccentrico, è quello degli *epicicli*. In questo

caso il centro D del piccolo cerchio (epiciclo) ruota uniformemente su un grande cerchio fisso (*deferente*); il pianeta ruota uniformemente sull'epiciclo (fig. G3-3).

Per comprendere l'equivalenza dei due schemi basta osservare che se raggi e velocità angolari per i vari cerchi sono scelti in modo che sia sempre

$$\overrightarrow{TC} = \overrightarrow{DP} \quad \text{e} \quad \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{TD}$$

la posizione di P rispetto a T, descritta dal vettore  $\overrightarrow{TP}$ , sarà la stessa nei due casi: infatti

$$\overrightarrow{TP} = \overrightarrow{TC} + \overrightarrow{CP} \quad \text{nel primo}$$

$$\overrightarrow{TP} = \overrightarrow{TD} + \overrightarrow{DP} \quad \text{nel secondo.}$$

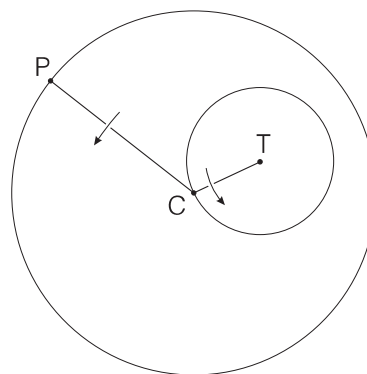


Fig. G3-2

Tolomeo riuscì a migliorare l'accordo con i dati sperimentali modificando lo schema come segue: il centro O del deferente non coincide con T, ma è eccentrico e fisso. Il moto di D non avviene più con velocità angolare costante visto da O, ma visto da E (*equante*), che è il punto simmetrico di T rispetto ad O (fig. G3-4).

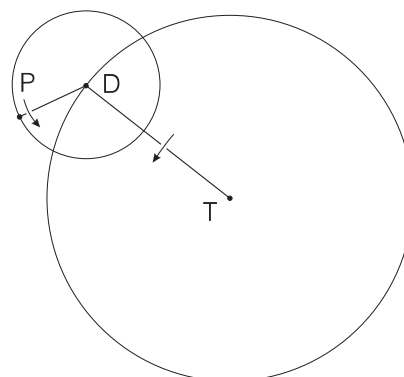


Fig. G3-3

Come si vedrà meglio nel Cap. 3 della Meccanica, questo ingegnoso schema approssima assai bene i fatti per le seguenti ragioni:

- 1) Il sistema (deferente eccentrico) + equante è la migliore approssimazione possibile con cerchi e moti uniformi al moto eliocentrico di un pianeta.
- 2) L'epiciclo serve ad aggiungere a questo il moto del Sole rispetto alla Terra.

Quanto a bontà nella descrizione delle osservazioni, il sistema tolemaico è in realtà ammirevole; ma resta criticabile, con i criteri odierni, per i molti elementi di arbitrarietà che contiene e per l'eccessiva complessità. Ogni pianeta richiede due cerchi (o due sfere) e il centro del deferente è diverso per ciascun pianeta; le dimensioni delle due sfere di un pianeta sono fissate quanto al loro rapporto, ma non vi è alcuna relazione con quelle degli altri.

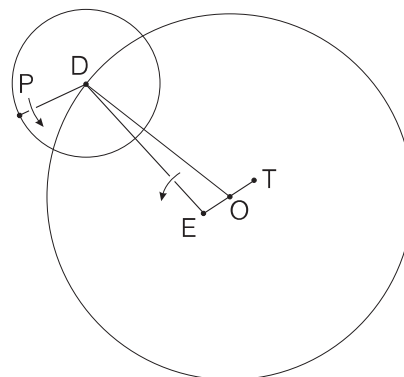


Fig. G3-4

G3-4

## Il sistema copernicano e l'inizio della scienza moderna

Per avere qualcosa di nuovo come teoria del sistema solare occorre arrivare a *Copernico* ( $\sim 1500$ ) che riprende lo schema eliocentrico, con orbite circolari e moti uniformi. I periodi rispetto alle stelle fisse si determinano da quelli sinodici in modo analogo a quello già visto per la Luna:

$$\frac{1}{T_{\text{sin}}} = \left| \frac{1}{T_{\text{sid}}} - \frac{1}{T_{\oplus}} \right|. \quad (\text{G3.1})$$

Copernico riesce anche a determinare i raggi delle orbite (o meglio i loro rapporti) com'è illustrato più avanti. Riesce inoltre a spiegare un fatto già noto, ma non spiegato dallo schema tolemaico: le opposizioni dei pianeti esterni e le congiunzioni inferiori dei pianeti interni capitano sempre nel mezzo della fase retrograda. Si spiega anche perché i pianeti esterni raggiungono la massima luminosità all'opposizione: è questo il punto di minima distanza della Terra (il fenomeno è ben evidente per Marte). Per di più Copernico formula due previsioni che potevano essere verificate solo dopo l'invenzione del cannocchiale:

- 1) Mercurio e Venere debbono presentare *fasi*, come la Luna;
- 2) i diametri angolari di tutti i pianeti debbono variare fra un minimo e un massimo, il cui rapporto è calcolabile dai rapporti noti delle distanze.

Da tutto questo si vede in che senso lo schema copernicano sia superiore a quello tolemaico: non per l'esattezza delle previsioni, che poteva sempre essere migliorata con opportuni eccentrici, ecc.; ma piuttosto per la semplicità delle ipotesi, che permettono di spiegare molti fatti apparentemente senza connessione tra loro, e per di più portano a prevedere fatti ancora non conosciuti.

Il successivo passo è compiuto da *Keplero* ( $\sim 1600$ ) con le tre famose leggi, ricavate per via empirica. Keplero crede nel sistema copernicano, e dispone del più accurato insieme di dati di osservazione ottenibile senza cannocchiale: quelli raccolti nel lungo lavoro dell'osservatorio di *Tycho Brahe*, di cui Keplero fu allievo e collaboratore. Conoscendo la precisione di quelle osservazioni, Keplero poteva porsi il problema di determinare la forma delle orbite dei pianeti, e la legge del loro moto. Il procedimento è descritto più avanti; i punti cruciali sono:

- a) il moto di ciascun pianeta è supposto rigorosamente periodico;
- b) si sfrutta questa periodicità per avere un riferimento "fisso" per il moto della Terra.

In Keplero non c'è invece alcuna comprensione "dinamica" in senso moderno del moto dei pianeti: per questo occorrerà arrivare a Newton. L'opera di Newton è preparata da *Galileo*, contemporaneo di Keplero, in più modi:

- 1) l'uso sistematico e spregiudicato (cioè senza pregiudizi) del cannocchiale apre la strada a un'immensa quantità di nuove scoperte e alla raccolta di dati più precisi sul moto dei corpi celesti;

- 2) i primi risultati delle osservazioni col cannocchiale provano l'identità della materia celeste con quella terrestre, e quindi preparano l'estrapolazione delle leggi della meccanica terrestre; in particolare la scoperta dei satelliti di Giove sarà essenziale per l'idea della gravitazione universale;
- 3) la fondazione della nuova meccanica, anche se solo terrestre in Galileo, è il punto di partenza dei *Principia* di Newton;
- 4) la sua battaglia in difesa del sistema copernicano, condotta attraverso libri, opuscoli, lettere, in modo efficacissimo e contro avversari potenti, se da un lato gli attira l'ostilità dei conservatori, pone le premesse filosofiche e culturali in senso lato per l'avvento della "nuova scienza."

Con *Newton* incomincia la meccanica celeste, sulla quale ci soffermeremo a lungo più avanti. In questo schema storico ricordiamo solo che a *Newton* si deve:

- 1) l'esatta formulazione delle leggi della meccanica;
- 2) la teoria della gravitazione universale;
- 3) la creazione e l'uso dell'apparato matematico (calcolo differenziale) necessario alla sua meccanica;
- 4) in conseguenza di 1) 2) 3), lo studio quantitativo del sistema solare;
- 5) il riconoscimento delle comete come membri del sistema solare, e del carattere periodico di alcune di esse, in particolare la famosa cometa di *Halley*;
- 6) la spiegazione della precessione degli equinozi;
- 7) la spiegazione delle maree;
- 8) la spiegazione dello schiacciamento terrestre.

### Misure astronomiche nell'antichità

Concludiamo questo capitolo con una descrizione sommaria di alcuni passi fondamentali dell'astronomia antica: dalla misura del raggio della Terra (*Erato-stene*) alla determinazione delle orbite dei pianeti (*Keplero*).

#### ERATOSTENE MISURA LA TERRA

*Ipotesi:*

- 1) la Terra è sferica
- 2) il Sole è a distanza praticamente infinita.

*Fatti:*

- 1) al solstizio d'estate il Sole passa allo zenit a Syene.

*Deduzione:* L'angolo  $\alpha = \widehat{A\hat{O}S}$  (fig. G3-5) è uguale a quello formato dai raggi solari con la verticale ad Alessandria. Quest'ultimo si misura dall'ombra di un palo verticale. L'arco AS si misura percorrendolo a piedi.

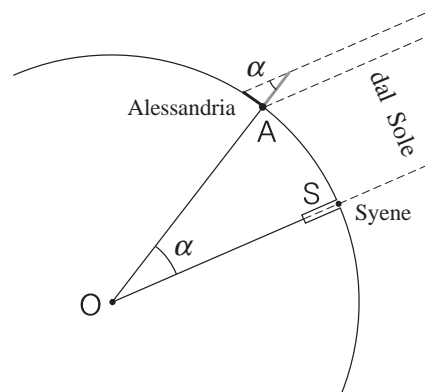
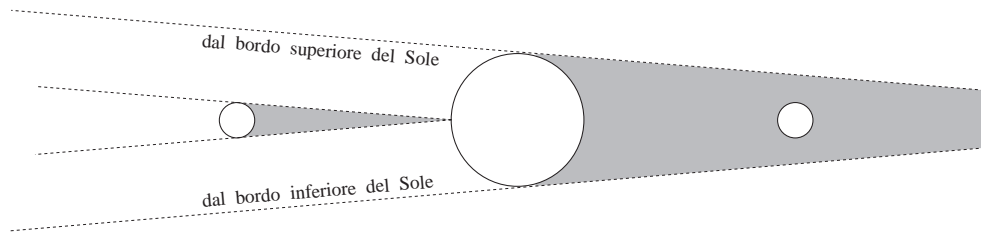


Fig. G3-5

G3-6

Conclusione: Il raggio  $R$  della Terra vale  $R = \widehat{AS}/\alpha$ .

### ARISTARCO E LA DISTANZA DELLA LUNA



*Fig. G3-6*

*Ipotesi fondamentali:* Anche su distanze astronomiche vale la geometria euclidea e la propagazione rettilinea della luce.

*Fatti* (fig. G3-6, non in scala!):

- 1) il diametro angolare della Luna è  $1/110$  rad (si misura per confronto con un oggetto di grandezza e distanza note)
- 2) nel percorso Luna-Terra l'ombra della Luna si riduce praticamente a un punto (le eclissi totali di Sole sono appena possibili)
- 3) l'ombra della Terra alla distanza della Luna misura  $2\frac{1}{2}$  volte il diametro della Luna (si ricava dalla durata delle eclissi di Luna).

*Deduzioni:*

- da 2) segue che alla distanza della Luna l'ombra della Terra si è ristretta di un diametro lunare;
- da 3) segue allora che il diametro della Terra è  $3\frac{1}{2}$  volte quello della Luna;
- da 1) segue che la distanza Terra-Luna è

$$\frac{110}{3\frac{1}{2}} \text{ diametri terrestri} = 63 \text{ raggi terrestri.}$$

Il valore moderno è 60.3.

G3-7

## ARISTARCO E LA DISTANZA DEL SOLE

*Ipotesi fondamentali:* Anche su distanze astronomiche vale la geometria euclidea e la propagazione rettilinea della luce.

*Misure:*

- 1) si determina l'istante in cui la Luna appare "mezza": allora il triangolo SLT (fig. G3-7, non in scala!) è rettangolo in L
- 2) si misura a quell'istante l'angolo in T.

*Deduzione:* Nota TL e l'angolo in T, si ricava TS.

*Commento:* Entrambe le misure sono difficili: la 1) perché è difficile decidere quando la Luna è "mezza"; la 2) perché l'angolo è molto vicino a un retto, e quella che conta è la piccola differenza (in realtà  $9'$ , fu stimata da Aristarco  $3^\circ$ ).

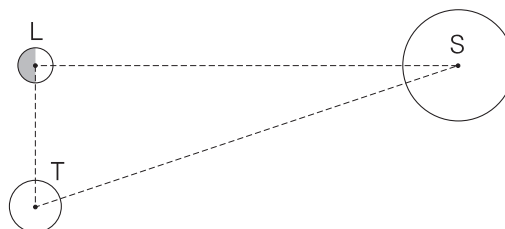


Fig. G3-7

## COPERNICO MISURA IL SISTEMA SOLARE

### CASO 1: I pianeti interni

*Ipotesi:* le orbite sono circolari e complanari.

*Deduzione:* alla massima elongazione il triangolo SVT (fig. G3-8) è rettangolo in V.

*Fatti:* l'angolo in T vale  $47^\circ$ .

*Conclusione:* il rapporto delle distanze dal Sole è  $\sin 47^\circ = 0.73$ .

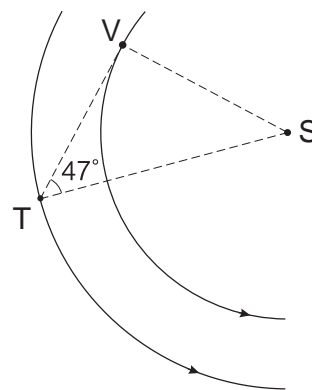


Fig. G3-8

### CASO 2: I pianeti esterni

*Ipotesi:* come sopra; inoltre il moto sulle orbite è uniforme.

*Fatti:*

- 1)  $2\alpha$  (fig. G3-9) è l'angolo percorso da Giove rispetto alle stelle (e visto dalla Terra) durante il moto retrogrado: è noto dalle osservazioni
- 2)  $2\beta$  è l'angolo al centro della sua orbita percorso da Giove nello stesso tempo: si ricava dalla durata del moto retrogrado e dal periodo siderale
- 3)  $2\gamma$  è l'angolo al centro della sua orbita percorso dalla Terra nello stesso tempo.

G3-8



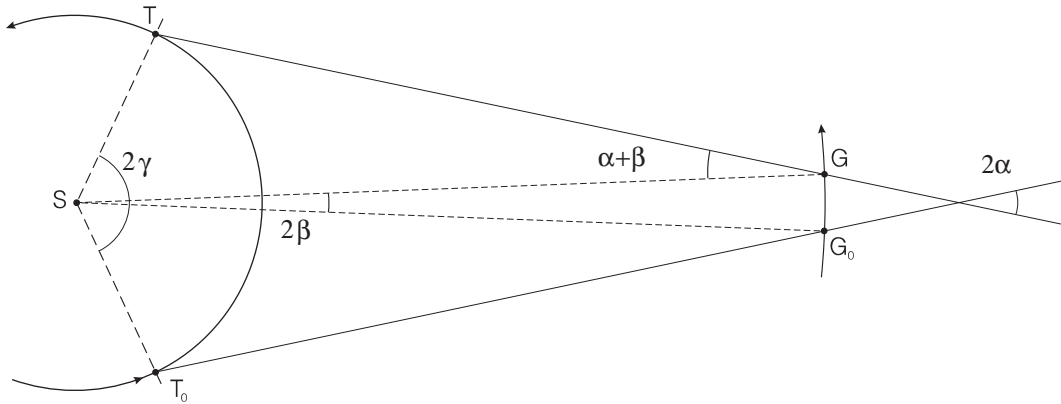


Fig. G3-9

Nota:  $\widehat{STG}$  non è retto!

Conclusione: Il rapporto delle distanze è  $\sin(\alpha + \gamma) / \sin(\alpha + \beta)$ .

### LE TRIANGOLAZIONI DI KEPLERO

#### PRIMA PARTE: L'orbita della Terra

Ipotesi: i pianeti si muovono di moto periodico su orbite chiuse attorno al Sole.

Semplificazione (non essenziale, fatta qui solo per brevità): le orbite della Terra e di Marte sono complanari.

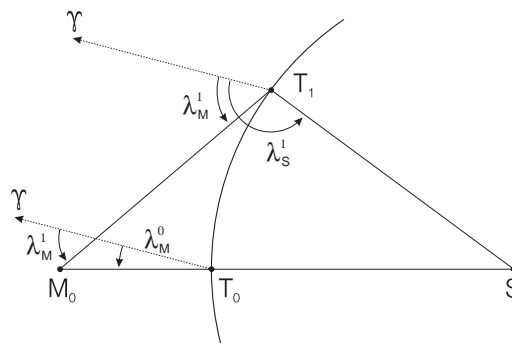


Fig. G3-10

Fatti:

- 1) un anno siderale vale 365.26 d
  - 2) il periodo sinodico di Marte è 779.94 d
- $\Rightarrow$  il periodo siderale di Marte è 687.98 d (v. (G3.1)).

Osservazioni:

- 1) In fig. G3-10  $M_0T_0S$  rappresentano la situazione a un'opposizione. Si misura  $\lambda_M^0$ , longitudine di Marte a quell'istante.
- 2)  $T_1$  è la posizione della Terra dopo un periodo siderale di Marte: Marte è ancora in  $M_0$ ! Si misurano  $\lambda_M^1$ ,  $\lambda_S^1$ : le longitudini di Marte e del Sole nella nuova posizione.

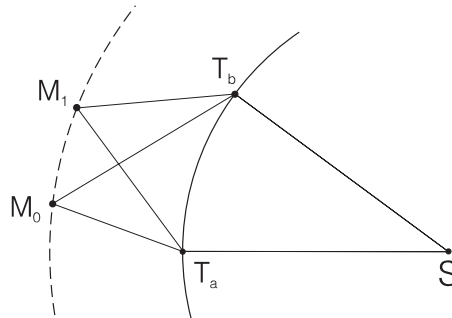
*Deduzioni:*

- 1) nel triangolo  $ST_1M_0$  l'angolo in  $T_1$  vale  $\lambda_S^1 - \lambda_M^1$ ;
  - 2) l'angolo in  $M_0$  vale  $\lambda_M^1 - \lambda_M^0$ .
- $\Rightarrow$  i lati del triangolo sono noti, presa come unità la base  $SM_0$ .

Ripetendo le osservazioni a intervalli di 687.98 d si ottengono altre posizioni  $T_2, T_3, \dots$  della Terra, e si può tracciare l'orbita.

### SECONDA PARTE: *L'orbita di Marte*

*Osservazioni:*  $T_a, T_b$  (fig. G3-11) rappresentano due delle posizioni della Terra determinate in precedenza. Agli istanti corrispondenti, Marte era in  $M_0$ . Dopo un numero intero di anni siderali, la Terra è ritornata in  $T_a$  (risp.  $T_b$ ); Marte si è spostato in un'altra posizione  $M_1$  (che è la stessa nei due casi, perché l'intervallo fra i due istanti è ancora un multiplo del periodo siderale di Marte).



*Fig. G3-11*

*Deduzioni:*

- 1) nel quadrilatero  $ST_aM_1T_b$  l'angolo in  $S$  è noto dalle osservazioni precedenti;
  - 2) gli angoli in  $T_a$  e  $T_b$  si ricavano dalla misura di  $\lambda_M$  come prima;
- $\Rightarrow$  i lati  $ST_a$  e  $ST_b$  sono noti e la posizione di  $M_1$  resta determinata.

Ripetendo le osservazioni a intervalli di un anno siderale si ottengono altre posizioni  $M_2, M_3, \dots$  di Marte e si traccia l'orbita.